KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
REPUBLIK INDONESIA
2022

MATEMATIKA

SMP/MTs KELAS VIII

Matematika untuk SMP/MTs Kelas VIII

Penulis
Mohammad Tohir
Abdur Rahman As'ari
Ahmad Choirul Anam
Ibnu Taufiq

Penelaah
Swasono Rahardjo
Alhadi Bustamam

Penyelia/Penyelaras
Supriyatno
Lenny Puspita Ekawaty
Eko Budiono
Berthin Sappang
Sofia Nida Khoerunnisa

Kontributor
Dini Purwati
Ida Fitriningrum

Ilustrator
Lutfi Bahtiar

Editor
Drajat

Desainer
Joko Setiyono

Penerbit
Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi

Dikeluarkan oleh:
Pusat Perbukuan
Kompleks Kemdikbudristek Jalan RS. Fatmawati, Cipete, Jakarta Selatan
https://buku.kemdikbud.go.id

Cetakan Pertama, 2022
ISBN 978-602-244-882-2 (no.jil.lengkap)
ISBN 978-602-427-919-6 (jil.2)

Isi buku ini menggunakan huruf Noto Serif 11/16 pt, Steve Matteson
xx, 324 hlm.: 17,6 x 25 cm.

Kata Pengantar

Pusat Perbukuan; Badan Standar, Kurikulum, dan Asesmen Pendidikan; Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi memiliki tugas dan fungsi mengembangkan buku pendidikan pada satuan Pendidikan Anak Usia Dini, Pendidikan Dasar, dan Pendidikan Menengah, termasuk Pendidikan Khusus. Buku yang dikembangkan saat ini mengacu pada Kurikulum Merdeka. Kurikulum ini memberikan keleluasaan bagi satuan/program pendidikan dalam mengimplementasikan kurikulum dengan prinsip diversifikasi sesuai dengan kondisi satuan pendidikan, potensi daerah, dan peserta didik.

Pemerintah dalam hal ini Pusat Perbukuan mendukung implementasi Kurikulum Merdeka di satuan pendidikan dengan mengembangkan buku siswa dan buku panduan guru sebagai buku teks utama. Buku ini dapat menjadi salah satu referensi atau inspirasi sumber belajar yang dapat dimodifikasi, dijadikan contoh, atau rujukan dalam merancang dan mengembangkan pembelajaran sesuai karakteristik, potensi, dan kebutuhan peserta didik.

Adapun acuan penyusunan buku teks utama adalah Pedoman Penerapan Kurikulum dalam rangka Pemulihan Pembelajaran yang ditetapkan melalui Keputusan Menteri Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi No. 262/M/2022 Tentang Perubahan atas Keputusan Mendikbudristek No. 56/M/2022 Tentang Pedoman Penerapan Kurikulum dalam rangka Pemulihan Pembelajaran, serta Keputusan Kepala Badan Standar, Kurikulum, dan Asesmen Pendidikan Nomor 033/H/KR/2022 tentang Perubahan Atas Keputusan Kepala Badan Standar, Kurikulum, dan Asesmen Pendidikan Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi Nomor 008/H/KR/2022 tentang Capaian Pembelajaran pada Pendidikan Anak Usia Dini, Jenjang Pendidikan Dasar, dan Jenjang Pendidikan Menengah pada Kurikulum Merdeka.

Sebagai dokumen hidup, buku ini tentu dapat diperbaiki dan disesuaikan dengan kebutuhan dan perkembangan keilmuan dan teknologi. Oleh karena itu, saran dan masukan dari para guru, peserta didik, orang tua, dan masyarakat sangat dibutuhkan untuk pengembangan buku ini di masa yang akan datang. Pada kesempatan ini, Pusat Perbukuan menyampaikan terima kasih kepada semua pihak yang telah terlibat dalam penyusunan buku ini, mulai dari penulis, penelaah, editor, ilustrator, desainer, dan kontributor terkait lainnya. Semoga buku ini dapat bermanfaat khususnya bagi peserta didik dan guru dalam meningkatkan mutu pembelajaran.

Jakarta, Desember 2022
Kepala Pusat Perbukuan,

Supriyatno
NIP 196804051988121001

Prakata

Puji syukur dipanjatkan kehadirat Allah SWT., karena hidayah dan inayah-Nya penulisan buku siswa ini dapat diselesaikan sesuai dengan waktu yang telah ditetapkan. Buku Siswa ini disusun sesuai Capaian Pembelajaran Fase D untuk SMP/MTs Kelas VIII sesuai dengan Keputusan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 958/P/2020 tentang Capaian Pembelajaran pada Pendidikan Anak Usia Dini, Pendidikan Dasar, dan Pendidikan Menengah.

Buku siswa ini disusun untuk memenuhi kompetensi keterampilan Kompetensi Keterampilan 4Cs (*Creativity*, *Critical Thinking*, *Collaboration*, *Communication*) dalam pembelajaran abad 21 yang meliputi: kehidupan dan karir; pembelajaran dan inovasi; dan informasi, media, dan teknologi. Oleh karena itu dalam uraian setiap bab akan mengembangkan kompetensi/keterampilan/sikap siswa antara lain: (i) berpikir tingkat tinggi (*HOTS*); (ii) berpikir kritis dan *problem solving*, kreatif dan inovatif, komunikasi, dan kolaborasi; dan (iii) literasi informasi, media, dan teknologi. Untuk mempelajari materi dalam buku ini kalian lebih banyak diberi kesempatan secara aktif terlibat untuk mencari tahu, sedangkan Bapak/Ibu guru akan membantu jika kalian mendapatkan hambatan belajar. Untuk mengembangkan keterampilan hidup dan karir, dalam buku disediakan *proyek* yang harus kalian lakukan secara kolaborasi atau mandiri dan hasilnya untuk dikomunikasikan.

Secara garis besar sajian setiap bab memuat: pengantar bab, tujuan pembelajaran, kata kunci, pertanyaan pemantik, peta konsep, konteks atau situasi masalah untuk membangun konsep/prinsip matematika, Ayo Mengingat Kembali, Ayo Bereksplorasi, Ayo Berpikir Kreatif, Ayo Berpikir Kritis, Ayo Mencoba, Ayo Berkomunikasi, Ayo Bekerjasama, Penguatan Karakter sesuai dengan Profil Pelajar Pancasila, Petunjuk, Tahukah Kalian?, Ayo Mengerjakan Projek, Ayo Berefleksi, Ayo Menggunakan Teknologi latihan soal, dan uji kompetensi.

Buku ini dibagi menjadi tiga bab. Bab 1 tentang Bilangan Berpangkat Bulat, memuat: Bilangan Berpangkat Bulat, Bilangan Bentuk Akar, dan Penulisan Bentuk Baku. Bab 2 tentang Teorema Pythagoras, memuat: Menemukan Konsep Pythagoras, Tripel Pythagoras, Segitiga Istimewa, Penerapan Teorema Pythagoras, dan Rumus Jarak (Materi Pengayaan). Bab 3 tentang Sistem Persamaan dan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel, memuat: Memahami Konsep Persamaan Linear Satu Variabel, Menyelesaikan Persamaan

Menggunakan Penjumlahan atau Pengurangan, Menyelesaikan Persamaan Menggunakan Perkalian atau Pembagian, Menemukan Konsep Pertidaksamaan Linear Satu Variabel, dan Menyelesaikan Masalah Pertidaksamaan Linear Satu Variabel. Bab 4 tentang Relasi dan Fungsi, memuat: Memahami Relasi, Memahami Fungsi, dan Korespondensi Satu-satu (Pengayaan). Bab 5 tentang Persamaan Garis Lurus, memuat: Grafik Persamaan Garis Lurus, Kemiringan Garis Lurus, dan Bentuk Lain Persamaan Garis Lurus. Bab 6 tentang Statistika, memuat: Pemusatan Data, dan Pengukuran Data.

Terima kasih disampaikan kepada Kepala Pusat Kurikulum dan Perbukuan Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan Repuplik Indonesia yang telah memfasilitasi kepada Tim Penulis untuk memperlancar tersusunnya buku ini. Para penulis juga menghaturkan ucapan terima kasih kepada berbagai pihak yang telah membantu mewujudkan buku ini, khususnya para penelaah, yaitu Prof. Alhadi Bustamam, S.Si., M.Kom., Ph.D. (Universitas Indonesia, Depok) dan Dr. Swasono Rahardjo, S.Pd., M.Si. (Universitas Negeri Malang) atas segala masukan dan bimbingannya yang sangat berharga dari draf awal, proses penulisan buku hingga buku ini diterbitkan.

Kami menyadari kekurangan buku ini, oleh karena itu saran dan kritik untuk memperbaiki buku ini sangat diharapkan dari semua pihak. Semoga buku ini bermanfaat bagi pembelajaran secara umum dan khusunya pada pembelajaran matematika di SMP/MTs.

Jakarta, Desember 2022

Tim Penulis

Daftar Isi

Daftar Gambar

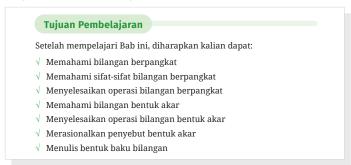
Daftar Tabel

Petunjuk Penggunaan Buku

Tujuan Pembelajaran

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari Bab ini, diharapkan kalian dapat:

- √ Memahami bilangan berpangkat
- √ Memahami sifat-sifat bilangan berpangkat
- √ Menyelesaikan operasi bilangan berpangkat
- √ Memahami bilangan bentuk akar
- √ Menyelesaikan operasi bilangan bentuk akar
- √ Merasionalkan penyebut bentuk akar
- √ Menulis bentuk baku bilangan

Terdapat pada awal bab yang menjadi arahan tercapainya kompetensi setelah mempelajari bab tersebut. Tujuan pembelajaran membantu kalian untuk memonitor perkembangan belajar kalian dalam bab tersebut yang akan dihubungkan dengan refleksi pada akhir pembahasan.

Pembuka Bab

Pengantar bab

Tahukah Kalian?

Gambar 3.1 Kebun Apel di kota wisata Batu – Malang

Kalian menemukan pembuka bab sebagai bagian paling awal dari bab yang memberikan gambaran besar mengenai topik yang akan dipelajari. Ada rasionalisasi dalam bab sehingga timbul minat dan motivasi kalian untuk mempelajari ide utama atau ide besar yang menghubungkan konsep-konsep.

Pertanyaan Pemantik

Pertanyaan Pemantik

- Apakah nilai akar kuadrat dari suatu bilangan positif dapat ditemukan?
- Bagaimana aturan teorema Pythagoras berlaku untuk segitiga siku-siku?
- Apakah teorema Pythagoras hanya berlaku untuk segitiga siku-siku istimewa?

Kalian menemukan bagian ini pada awal bab karena merupakan pertanyaan yang menuntun pemahaman materi dan pengembangannya sepanjang pembelajaran bab tersebut. Kalian akan menemukan kedalaman dan keluasan dari materi pelajaran tersebut melalui pertanyaan tersebut.

Kata Kunci

Kata atau konsep yang merupakan kunci untuk dihubungkan dengan kata atau konsep lain. Pemahaman terhadap kata kunci menolong kalian untuk mengaitkan konsep yang satu dengan konsep lainnya.

Peta Konsep

Peta konsep yang terdapat pada awal bab merupakan diagram yang menunjukkan hubungan antar konsep yang terdapat dalam setiap bab. Kalian perlu mencermati peta konsep ini untuk mendapatkan gambaran yang luas tentang isi bab tersebut.

Ayo Bereksplorasi

Dalam kegiatan Ayo Bereksplorasi ini siswa diharapkan aktif dalam mencari informasi suatu pengetahuan atau konsep, teknik baru, metode dan rumus baru, atau menyelidiki pola hubungan antarunsur konsep antarbab, sambil berusaha memahaminya. Inti kegiatan eksplorasi adalah pelibatan siswa dalam menelaah sesuatu hal baru yang ada di Buku Siswa dengan bimbingan guru. Pengetahuan tersebut bisa jadi berhubungan dengan materi pelajaran sebelumnya maupun yang benar-benar baru bagi siswa.

Ayo Berpikir Kritis

Dalam kegiatan Ayo Berpikir Kritis siswa diajak mencari tahu untuk memahami konsep atau pengetahuan baru melalui penemuan terbimbing sehingga mereka yakin betul bahwa apa yang mereka dapatkan adalah benar-benar pengetahuan. Salah satu ciri dari siswa yang mampu berpikir kritis adalah mereka tidak mudah percaya terhadap informasi yang diterimanya sebelum melakukan proses berpikir yang mendalam. Kegiatan ini perlu dilatih terus-menerus agar siswa memiliki kemampuan berpikir kritis yang terlatih untuk membangun pengetahuannya.

Ayo Berpikir Kreatif

Dalam kegiatan Ayo Berpikir Kreatif siswa diminta untuk mencari, membuat ide, atau alternatif jawaban atau solusi dari permasalahan yang ada sebanyak-banyaknya. Guru diharapkan memberikan ruang yang terbuka dengan memberi kesempatan siswa untuk berpikir dengan berbagai macam ide yang muncul dari siswa.

Ayo Mencoba

Dalam kegiatan Ayo Mencoba siswa diminta untuk mengerjakan soal latihan, baik secara individu maupun kelompok. Hal ini penting sekali bagi siswa untuk menguji kemampuan siswa dalam mengaplikasikan pengetahuan yang diperoleh dalam menyelesaikan permasalahan.

Penguatan Karakter

Dalam kegiatan Penguatan Karakter, diharapkan kegiatan pembelajaran dapat dikaitkan dengan profil pelajar Pancasila. Guru harus mencari ide-ide yang dapat mengaitkan semua aspek pembelajaran dalam menanamkan nilai-nilai karakter dalam kehidupan sehari-hari.

Ayo Berkomunikasi

Dalam kegiatan Ayo Berkomunikasi, diharapkan guru dapat memilih berbagai model diskusi yang sesuai agar siswa terlatih untuk bertukar pikiran, gagasan, ide, yang bermanfaat dalam membangun dan memperdalam pengetahuan siswa dalam rangka menyelesaikan permasalahan atau menjawab pertanyaan.

Petunjuk

Dalam kegiatan Petunjuk, guru memberi petunjuk dan langkah-langkah untuk memancing siswa dalam pemecahan masalah. Bentuk dari kegiatan ini ada banyak variasi tergantung pada kebutuhan dan jenis permasalahan yang ada.

Tahukah Kalian?

Dalam kegiatan Tahukah Kalian, siswa mendapat informasi yang berkaitan dengan materi yang sedang dipelajari yang merupakan manfaat matematika dalam kehidupan manusia dalam sejarah kehidupan agar pengetahuan siswa semakin kuat dan terbangun semangat untuk senang bermatematika.

Ayo Berefleksi

Dalam kegiatan Ayo Berefleksi, siswa diajak untuk melihat dan mengingat kembali semua materi yang telah mereka pelajari. Bentuk kegiatan ini dapat berupa membandingkan pengetahuan yang sudah didapatkan dan diaplikasikan untuk menyelesaikan soal.

Ayo Mengingat

Kembali Dalam kegiatan Ayo Mengingat Kembali, siswa diajak untuk mengingat pengetahuan sebelumnya yang menjadi prasyarat untuk mempelajari materi saat ini, yang berupa hubungan antara konsep yang satu dengan konsep yang lainnya.

Ayo Bekerja Sama

Dalam kegiatan Ayo Bekerja Sama, siswa saling bertukar pikiran dan gagasan untuk menyelesaikan permasalahan atau menyelesaikan soal. Permasalahan akan dapat diselesaikan jika ada kerja sama yang baik

antara siswa satu dengan lainnya sehingga pengetahuan menjadi utuh. Kegiatan ini juga untuk mendorong nilai karakter saling memahami dan menghargai antara siswa satu dengan lainnya.

Ayo Menggunakan Teknologi

Dalam kegiatan Ayo Menggunakan Teknologi, siswa diajak menggunakan berbagai macam bentuk teknologi baik dalam bentuk perangkat keras seperti kalkulator maupun perangkat lunak berupa aplikasi matematika agar dapat membantu siswa dalam menyelesaikan permasalahan yang ada.

Contoh Soal

Contoh 3.3

1. Buatlah pernyataan di bawah ini menjadi suatu persamaan.
   a. Suatu bilangan r dan 9, jika dijumlahkan sama dengan 25.
   b. Selisih antara bilangan z dan 5 adalah 4.
   c. Hasil kali p dengan 3 sama dengan 45.
2. Sebanyak 96 siswa tereliminasi di babak penyisihan sebagai siswa berprestasi. Babak kualifikasi ini memungkinkan 24 siswa untuk maju ke babak berikutnya. Tulislah persamaan yang dapat digunakan untuk menentukan jumlah awal siswa yang terlibat dalam memilih siswa berprestasi.

Alternatif penyelesaian

1. Persamaan dari beberapa pernyataan di atas adalah
   a. $r + 9 = 25$
   Jadi, persamaannya adalah $r + 9 = 25$.
   b. $z - 5 = 4$
   Jadi, persamaannya adalah $z - 5 = 4$.

Dalam Contoh Soal, diberikan soal beserta alternatif penyelesaiannya yang dapat membantu siswa dalam memahami suatu konsep atau prosedur yang terkait dengan materi yang sedang dipelajari.

Latihan

Soal Latihan 1.3

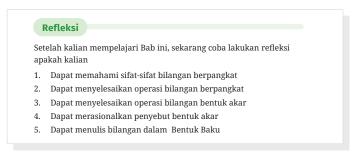
1. Tulislah bilangan berikut dalam bentuk biasa
   a. $2,5 \times 10^{8}$
   b. $4,58 \times 10^{10}$
   c. $9,0387 \times 10^{-8}$
   d. $2,0007 \times 10^{-4}$
   e. $1,56004 \times 10^{-1}$
2. Tulislah bilangan berikut dalam bentuk baku
   a. 34.000.000.000
   b. 890000000000
   c. 0,00000000783
   d. 0,000000392
   e. 0,0303929
3. Sederhanakan bentuk berikut
   a. $(2 \times 10^{6}) \times (8 \times 10^{4})$
   b. $(8 \times 10^{10}) : (1,2 \times 10^{-5})$
   c. $\frac{(1,5 \times 10^{3}) \times (8 \times 10^{3})}{(2 \times 10^{3})}$
4. Satu karung berisi beras memiliki berat 50 *kg*. Jika diasumsikan berat tiap-tiap butir beras adalah sama, yaitu 5×10^{-3} gram.

Dalam Latihan dibagi menjadi tiga kategori, yaitu soal dasar, soal menengah, dan soal tingkat tinggi. Pertanyaan pada tingkat dasar berupa jawaban pendek untuk menguji pemahaman konsep materi dasar. Tingkat menengah dalam bentuk aplikasi soal yang terstruktur, sedangkan tingkat tinggi berupa permasalahan dan keterampilan tingkat tinggi.

Refleksi

Refleksi

Setelah kalian mempelajari Bab ini, sekarang coba lakukan refleksi apakah kalian

1. Dapat memahami sifat-sifat bilangan berpangkat
2. Dapat menyelesaikan operasi bilangan berpangkat
3. Dapat menyelesaikan operasi bilangan bentuk akar
4. Dapat merasionalkan penyebut bentuk akar
5. Dapat menulis bilangan dalam Bentuk Baku

Pada akhir bab atau subbab, kalian akan diajak memikirkan kembali apa yang sudah dipelajari dan seberapa dalam/tepat pemahaman kalian atas pembelajaran pada bagian tersebut.

Uji Kompetensi

Uji Kompetensi Bab 1

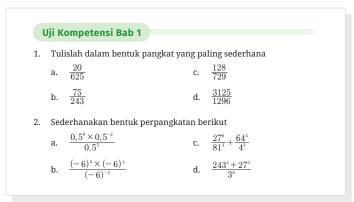
1. Tulislah dalam bentuk pangkat yang paling sederhana

   a. $\frac{20}{625}$ c. $\frac{128}{729}$

   b. $\frac{75}{243}$ d. $\frac{3125}{1296}$

2. Sederhanakan bentuk perpangkatan berikut

   a. $\frac{0,5^9 \times 0,5^{-2}}{0,5^5}$ c. $\frac{27^6}{81^3} + \frac{64^4}{4^3}$

   b. $\frac{(-6)^9 \times (-6)^4}{(-6)^{-5}}$ d. $\frac{243^2 + 27^3}{3^6}$

Uji Kompetensi ini terdapat pada setiap akhir bab yang merupakan alat ukur bagi siswa untuk menguji tingkat ketercapaian siswa dalam memahami materi dalam bab tersebut. Siswa dapat mengerjakan sejumlah soal yang bervariasi dari yang sederhana hingga yang kompleks.

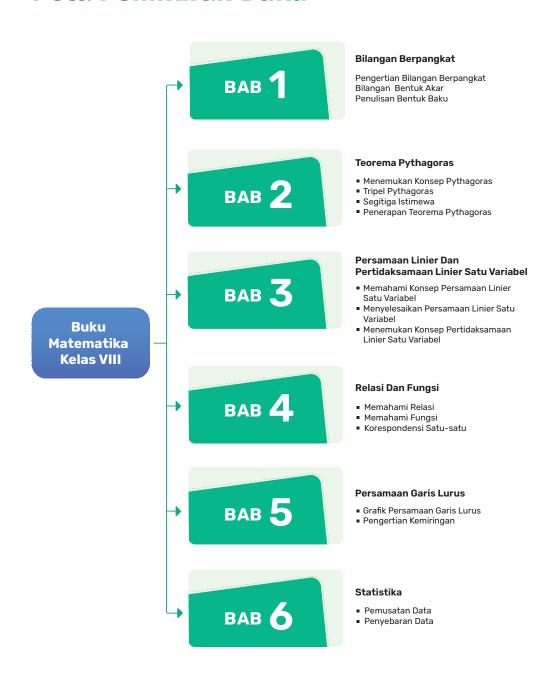
Pengayaan/Proyek

Pengayaan

1. $\frac{2^{2023} \times 2^{2024} \times 2^{2025}}{32} = 2^a$ Tentukan nilai dari a
2. Perhatikan tabel berikut

Jenis Truk	Kapasitas angkut(kg)
Tronton Wingbox	$1,8 \times 10^4$
Tronton	$1,5 \times 10^4$
Fuso Berat	8×10^4
Fuso Ringan	5×10^4
Doble Engkel	4×10^4

Pengayaan/Projek untuk memperluas atau memperdalam pemahaman siswa terhadap konsep dan prosedur matematika dan aplikasinya dalam kehidupan sehari-hari terutama dalam bidang teknologi.

Peta Pemikiran Buku

Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi
Republik Indonesia, 2022

Matematika untuk SMP/MTs Kelas VIII

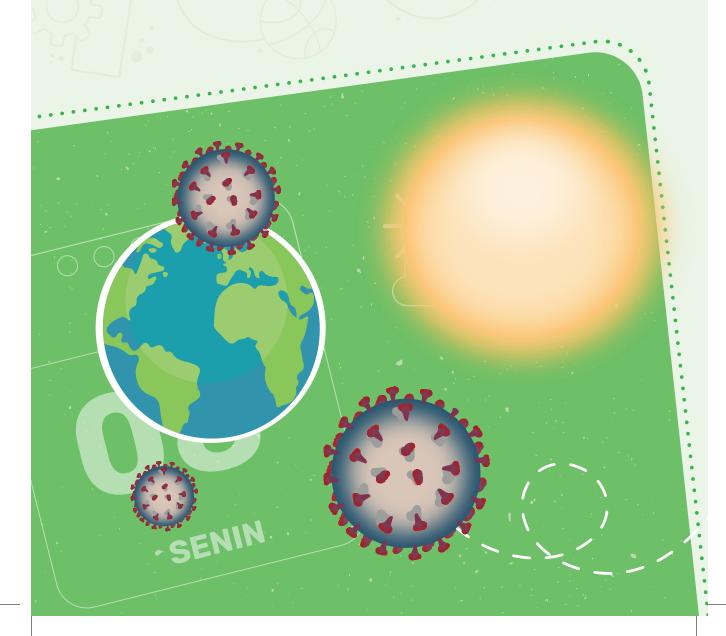
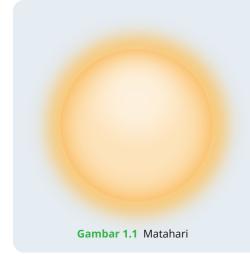
Penulis: Mohammad Tohir, dkk.
ISBN: 978-602-427-919-6 (Jil.2)

Bab 1

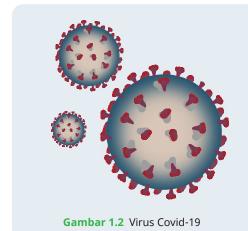
BILANGAN BERPANGKAT

Mengapa perlu menggunakan bilangan berpangkat, apa bedanya dengan bilangan akar?

Pengantar Bab

Gambar 1.1 Matahari

Tahukah kalian berapa diameter benda yang sangat besar seperti Matahari, Bumi dan benda-benda langit yang ada di Galaksi Bima Sakti?

Dengan kemajuan teknologi, para Ahli Astronomi berhasil mengukur diameter benda-benda langit tersebut.

Gambar 1.2 Virus Covid-19

Tahukah kalian berapa diameter benda yang sangat kecil sekali seperti virus *omicron, amuba, bakteri?*

Dengan menggunakan mikroskop elektron transmisi para ahli berhasil melihat diameter dari virus, amuba dan bakteri

Ukuran benda yang sangat besar seperti diameter Matahari, diameter Bumi dan diameter benda-benda langit lainnya lebih sederhana ditulis dalam bilangan berpangkat positif. Demikian juga dengan ukuran benda yang sangat kecil seperti diameter virus omicron, amuba, dan bakteri juga lebih mudah dan sederhana jika ditulis dalam bilangan berpangkat negatif. Pangkat positif, pangkat negatif, sifat-sifatnya, operasi bilangan berpangkat akan kalian pelajari dalam Bab ini.

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari Bab ini, diharapkan kalian dapat:

- √ Memahami bilangan berpangkat
- √ Memahami sifat-sifat bilangan berpangkat
- √ Menyelesaikan operasi bilangan berpangkat
- √ Memahami bilangan bentuk akar
- √ Menyelesaikan operasi bilangan bentuk akar
- √ Merasionalkan penyebut bentuk akar
- √ Menulis bentuk baku bilangan

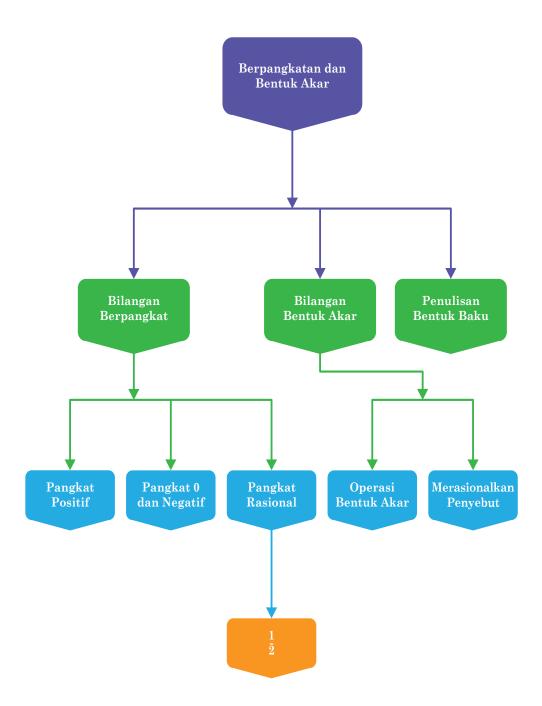
Pertanyaan Pemantik

- Apa makna dari bilangan berpangkat?
- Apa makna bilangan bentuk akar?

Kata Kunci

- Bilangan berpangkat
- Bilangan bentuk akar
- Merasionalkan penyebut
- Bentuk Baku Bilangan Bulat

Peta Konsep

Berpangkatan dan Bentuk Akar
Bilangan Berpangkat
Bilangan Bentuk Akar
Penulisan Bentuk Baku
Pangkat Positif
Pangkat 0 dan Negatif
Pangkat Rasional
Operasi Bentuk Akar
Merasionalkan Penyebut
$\frac{1}{2}$

A. Bilangan Berpangkat Bulat

1. Pengertian Bilangan Berpangkat

Setiap komputer atau laptop pastinya dilengkapi dengan memori untuk menyimpan data. Satuan memori biasanya dalam byte. Byte adalah istilah yang biasa digunakan sebagai satuan dari penyimpanan data dalam komputer. Satu Byte terdiri dari 2^3 bit. Mengapa terdiri dari 8 bit? Untuk mengetahui lebih jauh tentang hal tersebut, kalian dapat mempelajari lebih dalam dengan cara mencari di laman pencarian dengan kata kunci "bilangan biner". Menurut International Systems of Units, 1 KB setara dengan 1.024 Byte atau 2^{10} Byte. Lebih lengkapnya ada pada tabel berikut.

Tabel 1.1 *Data International Systems of Units*

Metrik	Byte	Nilai
Kilobyte (KB)	2^{10}	1.024
Megabyte (MB)	2^{20}	1.048.576
GigaByte (GB)	2^{30}	1.073.741.824
Terabyte (TB)	2^{40}	1.099.511.627.776
Petabyte (PB)	2^{50}	1.125.899.906.824.624
Exabyte (EB)	2^{60}	1.152.921.504.606.846.976
Zettabyte (ZB)	2^{70}	1.180.591.620.717.411.303.424
Yottabyte (YB)	2^{80}	1.208.925.819.614.629.174.706.176

Dari tabel tersebut dapat diperoleh informasi bahwa 1 Kilobyte (KB) sama dengan 2^{10} = 1.024 byte, kemudian 1 Megabyte (MB) sama dengan 2^{20} = 1.048.576 byte, kemudian 1 Gigabyte (GB) sama dengan 230 = 1.073.741.824 byte dan seterusnya. Dari penulisan kapasitas memori tersebut terlihat bahwa penulisan 2^{10} lebih sederhana dan memiliki nilai yang sama dengan 1.024, penulisan 2^{20} lebih sederhana dan memiliki nilai yang sama dengan 1.048.576, penulisan bilangan 2^{30} lebih sederhana dan memiliki nilai yang sama dengan 1.073.741.824. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa penulisan bilangan dengan menggunakan pangkat lebih sederhana untuk bilangan yang memuat banyak angka.

Dalam kehidupan sehari-hari, kalian tentu mengenal satuan volume, yang menggunakan bilangan berpangkat tiga. Bilangan berpangkat tiga atau kubik dapat kalian lihat pada tabel berikut.

Coba perhatikan banyak kotak satuan dalam gambar kubus berikut.

Gambar Kubus	Banyak kotak satuan		
	Bentuk perkalian	Bilangan Berpangkat	Kotak satuan
	1×1×1	1^3	1
	2×2×2	2^3	8
	3×3×3	3^3	27

Gambar Kubus	Banyak kotak satuan		
	Bentuk perkalian	Bilangan Berpangkat	Kotak satuan
	4×4×4	4^3	64
	5×5×5	5^3	125

Dari tabel tersebut diperoleh bahwa untuk menentukan banyak kotak satuan pada gambar kubus, dapat dituliskan dalam bentuk bilangan berpangkat, yaitu

1×1×1 dapat ditulis dalam bilangan berpangkat, yaitu 1^3,

2×2×2 dapat ditulis dalam bilangan berpangkat, yaitu 2^3,

3×3×3 dapat ditulis dalam bilangan berpangkat, yaitu 3^3,

4×4×4 dapat ditulis dalam bilangan berpangkat, yaitu 4^3,

5×5×5 dapat ditulis dalam bilangan berpangkat, yaitu 5^3

Untuk mengetahui bilangan berpangkat lebih dari 3 perhatikan tabel berikut

Bilangan Berpangkat	Bentuk Perkalian	Nilai
2^1	2	2
2^2	2×2	4
2^3	2×2×2	8
2^4	2×2×2×2	16
2^5	2×2×2×2×2	32
...	...	...
2^n	$\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times \ldots \times 2}_{\text{sebanyak } n \text{ kali}}$	

Dari tabel tersebut dapat dijabarkan bahwa

2^1 artinya 2 dikalikan berulang sebanyak 1 kali

2^2 artinya 2 dikalikan berulang sebanyak 2 kali, yaitu 2×2

2^3 artinya 2 dikalikan berulang sebanyak 3 kali, yaitu $2 \times 2 \times 2$

2^4 artinya 2 dikalikan berulang sebanyak 4 kali, yaitu $2 \times 2 \times 2 \times 2$

2^5 artinya 2 dikalikan berulang sebanyak 5 kali, yaitu $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

....

....

....

2^n artinya 2 dikalikan berulang sebanyak n kali, yaitu $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \ldots\ldots \times 2$

Berdasarkan tabel tersebut dapat disimpulkan bahwa

> Jika a bilangan positif
> dan n bilangan bulat positif, maka $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}_{\text{sebanyak } n \text{ kali}}$

a^n dinamakan bilangan berpangkat, a dinamakan bilangan pokok (basis), dan n disebut pangkat (eksponen). Bilangan berpangkat a^n artinya a dikalikan berulang sebanyak n kali.

Setelah kalian memahami konsep bilangan berpangkat, coba perhatikan contoh soal berikut,

Contoh 1.1

Tentukan nilai dari bilangan berpangkat berikut

1. 2^8
2. 3^5

Alternatif penyelesaian

1. 2^8 artinya 2 dikalikan berulang sebanyak 8 kali, sehingga dapat ditulis $\rightarrow 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 256$
2. 3^5 artinya 3 dikalikan berulang sebanyak 5 kali, sehingga dapat ditulis $\rightarrow 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$

Ayo Berpikir Kreatif

Dalam sebuah permainan kartu angka, 6 orang siswa mengambil satu kartu angka secara acak.

Byoma mengambil kartu angka 6, Pranawa mengambil angka 5, Lestari mengambil kartu angka 7, Rahagi mengambil kartu angka 4, Bathari mengambil kartu angka 8, dan Dwi mengambil kartu angka 3. Jika setiap siswa berpasangan dengan siswa yang lain,

a. Siapa yang harus diajak berpasangan oleh Rahagi agar kelompoknya menghasilkan angka terbesar jika angka Rahagi dipangkatkan dengan pasangannya atau sebaliknya?
b. Siapa yang harus diajak berpasangan oleh Lestari agar kelompoknya menghasilkan angka terkecil jika angka Lestari dipangkatkan dengan pasangannya atau sebaliknya?
c. Siapa yang diajak berpasangan oleh Byoma agar kelompoknya menghasilkan angka lebih kecil dari kelompok yang satu dan lebih besar dari kelompok yang lain jika angka Byoma dipangkatkan dengan pasangannya atau sebaliknya?
d. Jika angka milik Byoma dipangkatkan dengan kartu milik Lestari berapa banyak pasangan yang nilainya lebih besar dari pasangan Byoma dan Lestari?

Ayo Berteknologi

Untuk mempermudah menyelesaikan **Ayo Berfikir Kreatif**, kalian dapat menggunakan kalkulator pada link berikut ini https://www.geogebra.org/calculator atau https://www.desmos.com/scientific?lang=id

Ayo Berpikir Kritis

1. Anton berpendapat bahwa $(-2)^3$ hasilnya sama dengan -2^3. Bagaimana menurut pendapatmu? Coba jelaskan.
2. Joni berpendapat bahwa $(2a)^4$ hasilnya sama dengan $2a^4$. Bagaimana menurut pendapatmu? Coba jelaskan.
3. Nadiva berpendapat bahwa $(-2b)^5$ hasilnya sama dengan $-2b^5$. Bagaimana menurut pendapatmu? Coba jelaskan.

1. Tulislah dalam bentuk bilangan berpangkat.
   a. $0{,}5 \times 0{,}5 \times 0{,}5 \times 0{,}5 \; = \ldots\ldots\ldots.$
   b. $(-6)\times(-6)\times(-6)\times(-6)\times(-6) = \ldots\ldots\ldots.$
   c. $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times a \times a \times a = \ldots\ldots\ldots$
   d. $(-3b)\times(-3b)\times(-3b)\times(-3b) = \ldots\ldots\ldots.$
   e. $(2\times2)\times(2\times2)\times(2\times2) = \ldots\ldots\ldots.$

2. Nyatakan bilangan berpangkat berikut dalam perkalian berulang.
   a. $(3a)^3$
   b. $(-6y)^4$
   c. $(1{,}5a)^3$
   d. $(xyz)^3$

3. Tentukan hasil dari bilangan berpangkat berikut.
   a. $(-3)^6$
   b. $(-5)^5$
   c. 2^3y^4
   d. $\left(\frac{2}{5}\right)^3$

4. Tentukan nilai x dari persamaan berikut.
   a. $3^x = 81$
   b. $6^x = 1.296$
   c. $x^5 = 3.125$
   d. $4^x = 4.096$

Ayo Berkomunikasi

5. Coba diskusikan dengan temanmu.
   Tentukan bilangan mana yang lebih besar : 2022^{2023} atau 2023^{2022}

Ayo Berpikir Kritis

6. Dua temanmu punya pendapat, yaitu
   a. Dwi Lestari berpendapat bahwa $(3a)^4$ nilainya sama dengan $3a^4$. Bagaimana menurut pendapat kalian? Coba jelaskan alasan kalian.
   b. Christina berpendapat bahwa
      1) $-(5\times5\times5\times5)$ senilai dengan $(-5)\times(-5)\times(-5)\times(-5)$
      2) $-(5\times5\times5)$ senilai dengan $(-5)\times(-5)\times(-5)$

      Bagaimana menurut kalian? Coba jelaskan pendapat kalian.

Ayo Berpikir Kritis

7. Apa yang dapat kalian simpulkan dari a^n
   a. Jika a bilangan negatif, dan n bilangan genap?
   b. Jika a bilangan negatif, dan n bilangan ganjil?
8. Apa yang dapat kalian simpulkan dari a^b
   a. Jika a bilangan genap, dan b bilangan genap?
   b. Jika a bilangan genap, dan b bilangan ganjil?
   c. Jika a bilangan ganjil, dan b bilangan genap?
   d. Jika a bilangan ganjil, dan b bilangan ganjil?
9. Tim Peneliti dari salah satu Universitas terkemuka di Indonesia sedang melakukan penelitian wabah yang melanda di dua desa x dan desa y. Ternyata tim peneliti menemukan dua virus yang berbeda sebagai penyebab dari wabah tersebut. Setelah diteliti di Laboratorium, diperoleh fakta bahwa virus di desa x dapat membelah menjadi 2 virus setiap 1 menit, sementara virus di desa y dapat membelah menjadi 3 bagian setiap 2 menit.
   a. Tentukan banyak virus yang ada di desa x dan di desa y yang ada setelah 10 menit dan nyatakan dalam bentuk bilangan berpangkat.
   b. Setelah sehari apakah banyak virus di desa y melebihi dari banyak virus di desa x? Jelaskan jawabanmu.

2. Sifat-sifat Bilangan Berpangkat

a. Sifat Perkalian Bilangan Berpangkat

Ayo Bereksplorasi

Perhatikan gambar berikut ini

Gambar 1.3 Kelengkapan Internet

Pada zaman sekarang, kebutuhan internet menjadi hal yang penting dalam menunjang aktivitas manusia. Setiap manusia memiliki kebutuhan internet yang berbeda beda. Sebagian besar internet digunakan untuk chatting di media sosial, mendownload, membrowsing atau streaming video. Misalnya untuk kebutuhahan Internet Ahmad membutuhkan paket data 10 GB setiap hari. Berapa KB jika Ahmad menggunakan selama 100 hari?

Untuk menyelesaikan permasalahan ini kita lihat dulu bahwa 1 GB = 1000 MB dan 1 MB = 1000 KB, sehingga 1 GB = 1.000.000 MB atau 10^6 Kalau Ahmad membeli 10 GB setiap hari berarti 10 × 1.000.000 KB = 10.000.000 KB atau 10^7 KB dalam sehari. Jika Ahmad membeli selama 100 atau 10^2 hari maka

$$\begin{aligned} 10^2 \times 10^7 &= (10 \times 10) \times (10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10) \\ &= 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \\ &= 10^9 \end{aligned}$$

Dalam 100 hari Ahmad membutuhkan $10^2 \times 10^7 = 10^{2+7} = 10^9$ KB

Contoh 1.2

Tentukan bentuk sederhana dari $3^4 \times 3^5$

Alternatif jawaban:

$$\text{Misalnya } = \underbrace{(3\times3\times3\times3)}_{4\text{ faktor}} \times \underbrace{(3\times3\times3\times3\times3)}_{5\text{ faktor}}$$

$$= \underbrace{(3\times3\times3\times3\times3\times3\times3\times3\times3)}_{4\text{ faktor}+5\text{ faktor}}$$

$$= 3^{4+5}$$

$$= 3^9$$

Jadi bentuk sederhana dari $3^4 \times 3^5$ adalah 3^9

Untuk lebih jelas pemahaman kalian tentang operasi perkalian, coba lengkapi tabel berikut ini

Tabel 1.2 Perpangkatan Pada Perkalian Bilangan

Operasi Perkalian	Operasi Perkalian	Bentuk Sederhana
$3^5 \times 3^2$	$(3\times3\times3\times3\times3)\times(3\times3)$	$3^7 = 3^{5+2}$
$12^6 \times 12$	....	....
$(-5)^4 \times (-5)^6$	....	....
$(0,7)^3 \times (0,7)^2$	....	....
$(4b)^5 \times (4b)^3$	....	....

Berdasarkan tabel tersebut didapat bahwa bahwa perkalian dua bilangan berpangkat dengan bilangan pokok yang sama dapat disederhanakan dengan menjumlahkan pangkat dari kedua bilangan berpangkat, sehingga secara umum dapat ditulis

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

untuk a bilangan bulat dan m, n bilangan bulat positif

b. Sifat Pembagian Bilangan Berpangkat

Ayo Bereksplorasi

Gambar 1.4 Penyimpan Data

Dalam aktivitas pekerjaan sehari-hari, setiap orang yang menggunakan internet tidak akan lepas dari menyimpan data. Biasanya kapasitas menyimpan data dalam sistem Terabyte. Besaran file size video atau film berbanding lurus dengan durasi video atau film tersebut. Video atau film durasi rata-rata satu setengah jam biasanya berukuran 1 sampai 1,5 Gigabyte (GB). 1 Terabyte (TB) sama dengan 1.000 Gigabyte (GB) atau 10^6 Megabyte (MB). Jika satu film diperkirakan membutuhkan 1000 MB, berapa banyak film yang dapat disimpan dalam 1 TB?

1 TB = 10^6 MB dan 1 film = 10^3 MB

Maka dapat dihitung $\frac{10^6}{10^3} = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \;:\; 10 \times 10 \times 10$

$= 10 \times 10 \times 10$

$= 10^3$

Jadi, 1 TB dapat menyimpan sebanyak 1.000 video atau film durasi rata-rata satu setengah jam.

Agar pemahaman kalian lebih lengkap tentang pembagian bilangan berpangkat, coba lengkapi tabel pada halaman berikut.

Tabel 1.3 Perpangkatan Pada Pembagian Bilangan

Operasi Pembagian	Bentuk Panjang	Bentuk sederhana
$\frac{2^5}{2^3}$	$\frac{2\times2\times2\times2\times2}{2\times2\times2}=2\times2=2^2$	$\frac{2^5}{2^3}=2^{5-3}=2^2$
$\frac{5^6}{5^2}$	....	....
$\frac{(-3)^4}{(-3)^3}$	....	....
$\frac{4^3}{4^2}$	....	....
$\frac{(-5)^5}{(-5)}$	....	....

Berdasarkan tabel tersebut dapat ditulis bahwa $\frac{2^5}{2^3}=2^{5-3}=2^2$, artinya bahwa pembagian dua bilangan berpangkat dengan bilangan pokok yang sama dapat disederhanakan dengan mengurangkan pangkat bilangan yang dibagi dengan pangkat bilangan yang membagi, sehingga dalam bentuk umum dapat disimpulkan bahwa

$$\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$$

untuk a bilangan bulat dan m, n bilangan bulat positif

Contoh 1.3

Tentukan bentuk sederhana dari $\frac{4^5}{4^3}$

Alternatif jawaban:
$$\begin{aligned}\frac{4^5}{4^3}&=\frac{4\times4\times4\times4\times4}{4\times4\times4}\\&=4\times4\\&=4^{5-3}\\&=4^2\end{aligned}$$

Jadi, bentuk sederhana dari $\frac{4^5}{4^3}$ adalah 4^2.

Ayo Berpikir Kreatif

Diberikan persamaan $\frac{3^a}{3^b} = 3^4$ Tentukan nilai a dan b dari 1 sampai dengan 9 sehingga memenuhi persamaan tersebut.

c. Sifat Perpangkatan Bilangan Berpangkat

Perhatikan tabel berikut ini

Tabel 1.4 Perpangkatan Bilangan berpangkat

Operasi Perpangkatan	Bentuk Perkalian Berulang	Bilangan Berpangkat
$(2^2)^2$	$(2^2) \times (2^2) = (2\times2) \times (2\times2)$	2^4
$(4^3)^2$	....	....
$(0{,}5^4)^2$	....	....
$(7^5)^2$	....	....
$(a^2)^3$	....	....

Berdasarkan tabel tersebut dapat ditulis bahwa $(2^2)^2 = 2^{2\times2} = 2^4$, artinya bahwa bilangan berpangkat yang dipangkatkan dapat disederhanakan dengan mengalikan pangkat dari bilangan tersebut, sehingga dalam bentuk umum dapat disimpulkan bahwa

$$(a^m)^n = a^{m\times n}$$

untuk a bilangan bulat dan m, n bilangan bulat positif

Contoh 1.4

Tulislah dalam bentuk yang sederhana dari $(3^4)^3$

Alternatif jawaban:

$$(3^4)^3 = (3^4) \times (3^4) \times (3^4)$$
$$= (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3)$$
$$= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$
$$= 3^{12}$$

Jadi bentuk sederhana dari $(3^4)^3$ adalah 3^{12}

d. Perpangkatan Pada Perkalian Bilangan

Untuk memahami perpangkatan pada perkalian bilangan, coba perhatikan tabel berikut

Tabel 1.5 Perpangkatan pada Perkalian Bilangan

Perpangkatan pada Perkalian Bilangan	Bentuk Perkalian berulang	Bentuk Perpangkatan
$(4\times3)^3$	$(4\times3) \times (4\times3) \times (4\times3)$ $= 4 \times 3 \times 4 \times 3 \times 4 \times 3$ $= (4\times4\times4) \times (3\times3\times3)$	$4^3 \times 3^3$
$(2\times6)^4$	$(2\times6) \times (2\times6) \times (2\times6) \times (2\times6)$ $= 2 \times 6 \times 2 \times 6 \times 2 \times 6 \times 2 \times 6$ $= (2\times2\times2\times2) \times (6\times6\times6\times6)$	$2^4 \times 6^4$
$(p\times2)^2$	....	....
$(5\times m)^3$	....	....
$(a\times b)^5$	....	....

Dari tabel tersebut $(4 \times 3)^3$, artinya setiap bilangan yang ada dalam kurung masing-masing dipangkatkan sehingga menghasilkan $4^3 \times 3^3$. Dalam bentuk umum dapat ditulis

$$(a \times b)^m = a^m \times b^m$$

untuk a, b bilangan bulat dan m bilangan bulat positif

Ayo Berpikir Kreatif

Kadek, Sinaga, dan Suparman diminta gurunya menyederhanakan bentuk perpangkatan

Kadek menyederhanakan : $4^2 \times 4^5 = (4 \times 4)^{2+5} = 16^7$

Sinaga menyederhanakan : $4^2 \times 4^5 = 4^{2+5} = 4^7$

Suparman menyederhanakan : $4^2 \times 4^5 = (2^2)^2 \times (2^2)^5 = 2^4 \times 2^{10} = 2^{14}$

Bagaimanakah menurut pendapat kalian ketiga bentuk sederhana dari perpangkatan tersebut? Coba jelaskan jawaban kalian?

3. Bilangan Pangkat Nol dan Pangkat Negatif

Ayo Bereksplorasi

Sebelum kalian belajar bilangan berpangkat negatif, alangkah lebih baik jika kalian lengkapi tabel berikut ini

Operasi Pembagian	Hasil Operasinya	Kesimpulan
$\frac{2^3}{2^3} = 2^{3-3} = 2^0$	$\frac{2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = 1$	$\frac{2^3}{2^3} = 1$
$\frac{15^2}{15^2} = \ldots\ldots$	....	....
$\frac{1,3^4}{1,3^4} = \ldots\ldots$	....	....

Operasi Pembagian	Hasil Operasinya	Kesimpulan
$\frac{0,4^5}{0,4^5} = \ldots\ldots\ldots$	....	....
$\frac{700^3}{700^3} = \ldots\ldots\ldots$	....	....
$\frac{a^n}{a^n} = \ldots\ldots\ldots$	....	....

Berdasarkan tabel tersebut, apa yang dapat kalian simpulkan? Coba diskusikan dengan temanmu.

Berdasarkan kesimpulan yang kalian buat maka dapat ditulis bentuk umum

$$a^0 = 1$$

untuk bilangan bulat a yang tak nol

Agar pemahaman kalian lebih bagus, coba perhatikan contoh berikut ini

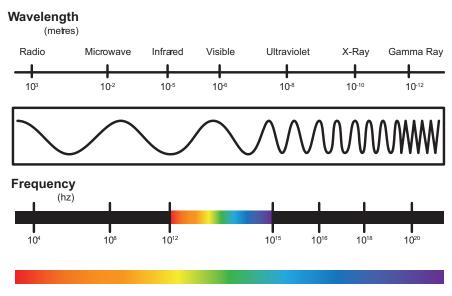
Contoh 1.5

Tentukan hasil dari $3^2 : 3^2$

Alternatif jawaban:

$3^2 : 3^2 = 3 \times 3 : 3 \times 3 = 9 : 9 = 1$

Untuk memahami pangkat negatif, coba kalian perhatikan gambar berikut ini

Gelombang Elektromagnetik (Panjang Gelombang dan Frekuensi)

Gambar 1.5 Gelombang Elektromagnetik

Gambar di atas menunjukkan bahwa gelombang elektromagnetik memiliki panjang gelombang yang menggunakan bilangan berpangkat negatif yang berbeda-beda dari gelombang radio sampai sinar ultraviolet, sedangkan frekuensinya menggunakan bilangan pangkat positif. Berdasarkan gambar tersebut kalian dapat menentukan bahwa panjang gelombang radio adalah 10^{-3} dan frekuensinya 10^4, berapakah sebenarnya nilai dari 10^{-3} ?

Untuk menjawab pertanyaan tersebut coba perhatikan pola berikut ini

$$10^3 = 1.000$$
$$10^2 = 100$$
$$10^1 = 10$$
$$10^0 = 1$$
$$10^{-1} = \frac{1}{10^1} = \frac{1}{10}$$
$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$$
$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$$

Berdasarkan dari pola tersebut jika $10^2 = 100$ kemudian $10^1 = 10$ maka dapat diperoleh bahwa $10^0 = 1$, kemudian 10^{-1} memiliki nilai yang

kurang dari 1, artinya 10^{-1} senilai dengan $\frac{1}{10^1} = \frac{1}{10}$. Dengan demikian bahwa nilai dari $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1.000}$.

Agar kalian memiliki pemahaman yang lengkap terhadap bilangan pangkat negatif, coba lengkapilah tabel berikut.

Tabel 1.6 Bilangan Pangkat Negatif

Gelombang Elektromagnetik	Panjang Gelombang (m)	Bilangan Berpangkat Positif	Bentuk Desimal
Gelombang radio	10^{-3}	$\frac{1}{10^3} = \frac{1}{1.000}$	0,001
Sinar inframerah	10^{-5}	$\frac{1}{10^{\cdots}} = \frac{1}{100.000}$	....
Cahaya tampak	10^{-6}	.... = ...	0,000001
Sinar ultraviolet	10^{-8}	$\frac{1}{10^8} = \ldots\ldots\ldots\ldots$	....
Sinar X	10^{-10}	$\ldots\ldots = \frac{1}{10.000.000.000}$	....
Sinar gamma	10^{-12}	.... = ...	....

Berdasarkan pola tersebut, maka dapat disimpulkan bahwa

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

untuk a bilangan bulat dan n bilangan bulat positif

Untuk melengkapi pengetahuan kalian tentang bilangan pangkat negatif, coba cari informasi dalam bidang teknologi, objek atau benda dengan ukuran yang sangat kecil dan menggunakan bilangan pangkat negatif, namun sangat bermanfaat untuk kehidupan manusia dan

salah satunya adalah ukuran nano meter. Banyak sekali terobosan dalam bidang teknologi indutri yang menggunakan teknologi nano. Nanometer adalah sebuah ukuran panjang 1×10^{-9} meter. Bila kalian tertarik dengan bidang ini, kalian bisa mencari informasi tentang ilmu nano teknologi di laman pencarian dengan kata kunci "nano teknologi". Beberapa objek yang menggunakan ukuran nano meter terlihat di tabel berikut. Coba lengkapi tabel berikut.

Ukuran	Obyek	Ukuran dalam meter
2 nm	Diameter dari Heliks DNA alfa	....
6 nm	Diameter filamen aktin	....
7 nm	Ketebalan rata-rata membran sel	....
20 nm	Ukuran ribosom	....
30 nm	Virus terkecil didunia	....
100 nm	Ukuran rata-rata retrovirus	....
120 nm	Virus besar (termasuk Influenza)	....

Sumber :https://id.wikipedia.org/wiki/Nanometer

Contoh 1.6

Sebuah Amuba memiliki diameter 5^{-3} cm , berapa cm diameter Amuba dalam bentuk desimal?

Alternatif jawaban:

diameter amuba adalah 5^{-3} cm,

artinya $5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{125} = 0{,}008$

Jadi, panjang amuba dalam bentuk desimal adalah 0,008 m.

Agar kalian memiliki pemahaman yang baik, coba selesaikan soal berikut dengan berdiskusi dengan teman sebangku.

Ayo Mencoba

1. Ubahlah bentuk berikut dalam bentuk pangkat positif
   a. 5^{-3}
   b. $(-7)^{-8}$
   c. $\dfrac{1}{9^{-4}}$
   d. $\dfrac{1}{(-8)^{-5}}$
2. Ubahlah bentuk berikut dalam bentuk pangkat negatif
   a. 7^{5}
   b. $(-9)^{4}$
   c. $\dfrac{1}{5^{4}}$
   d. $\dfrac{1}{8^{3}}$

4. Bilangan Pecahan Berpangkat

Ayo Bereksplorasi

Setelah kalian memahami bilangan berpangkat negatif, sekarang bagaimana kalau bilangan pecahan berpangkat. Untuk memahami pecahan berpangkat coba diskusikan dengan temanmu untuk melengkapi tabel berikut ini.

Pecahan berpangkat	Hasil Operasinya	Kesimpulan
$\left(\frac{2}{3}\right)^{3}$	$=\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)$ $\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2\times2\times2}{3\times3\times3}=$	$\frac{2^{3}}{3^{3}}$

Pecahan berpangkat	Hasil Operasinya	Kesimpulan
$\left(\frac{5}{6}\right)^4$	....	....
$\left(\frac{3}{9}\right)^{-3}$	....	....
$\left(\frac{7}{8}\right)^{-5}$	....	....

Dari tabel tersebut dapat diperoleh bahwa $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ artinya $\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)$ dan dapat ditulis dalam bentuk $\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2\times2\times2}{3\times3\times3}$ sehingga dapat ditulis dalam bentuk yang sederhana menjadi $\frac{2^3}{3^3}$. Berdasarkan tabel Pecahan berpangkat dapat disimpulkan bahwa

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$$

untuk $a,\ b$ bilangan bulat dan n bilangan bulat positif

Soal Latihan 1.1

1. Sederhanakan bentuk pangkat berikut.

   a. $\frac{4^5}{4^3}$

   b. $\frac{(-6)^7}{(-6)^3}$

   c. $\frac{(-0,3)^5}{(-0,3)^3}$

   d. $\frac{4^5\times4^3}{4^6}$

2. Tulislah dalam bentuk yang paling sederhana.

   a. $\frac{16^5}{4^2\times2^3}$

   b. $\frac{9^4}{3^5}:\frac{3^2}{27^2}$

   c. $\frac{16^4}{4^5}\times\frac{32^2}{8^3}$

   d. $\frac{25^3\times125^2}{5^2\times625^2}$

3. Tulislah dalam bentuk bilangan berpangkat.

a. $\frac{1}{625} = \ldots\ldots$

b. $\frac{125}{1000} = \ldots\ldots$

c. $\frac{(8a)\times(2a)}{1024} = \ldots\ldots.$

d. $0,00000343 =$

4. Ubahlah menjadi pangkat positif.

a. 2^{-2}

b. $(3b)^{-4}$

c. $6q^{-5}$

d. $\frac{a}{4b^{-5}}$

e. $\frac{4c}{16^{-8}}$

5. Sederhanakan bentuk berikut.

a. $\frac{\left(\frac{1}{5}\right)^4}{\left(\frac{1}{5}\right)^5}$

b. $\frac{\left(\frac{4}{16}\right)^3}{\left(\frac{8}{32}\right)^2}$

c. $\frac{8^2}{4^3}\times\frac{32^5}{16^2}$

d. $\frac{3^2}{4^3} : \frac{8}{27}\times\left(\frac{2}{3}\right)^3$

6. Sederhanakan bilangan berpangkat berikut.

a. $\frac{1,5^3\times 1,5^4}{1,5^5}$

b. $\frac{(-4)^3 : (-4)^5}{(-4)^4}$

c. $\frac{9^2}{9^4}-\frac{4^4}{4^7}$

d. $\frac{8^4-8^2}{2^5}$

7. Sederhanakan bilangan berpangkat berikut dan tentukan nilai p.

a. $\frac{4^2}{2^3} = 4p$

b. $\frac{(-4)^2}{2^3}\times\frac{8^4}{(-16)^2} = 2^p$

c. $\frac{9^p}{4^3} : \frac{27^2}{2^6} = 3^8$

d. $\frac{(-9)^2}{5^8}\times\frac{625^2}{(-81)^4} = 3^p$

8. Sederhanakan bilangan berpangkat berikut.

   a. $3^4 \times 2^5 : (2 \times 3)^2$ c. $(3 \times 2)^5 : 23$

   b. $3^2 \times 4^3 + 5^2 \times 2^2$ d. $(-3)^2 \times (-3)^3 - (4 \times 2)^2$

9. Setrika listrik memiliki hambatan 3 × 10^2 *ohm* dialiri arus 2 ampere selama 15 menit. Berapa joule besarnya energi listrik yang digunakan ? ($W = I^2 \times R \times t$, I adalah hambatan, R adalah arus listrik, dan t adalah satuan waktu dalam detik).

10. Menurut para Ahli, cahaya Matahari membutuhkan waktu kira-kira 450 detik untuk sampai ke Bumi, jarak Matahari ke Bumi adalah $1{,}5 \times 10^9$ *km* dan jarak ke beberapa planet sebagai berikut.

Jarak Matahari ke planet			
Merkurius	Venus	Mars	Uranus
$5{,}79 \times 10^7$ *km*	$1{,}08 \times 10^8$ *km*	$2{,}28 \times 10^8$ *km*	$2{,}88 \times 10^9$ *km*

   a. Tentukan berapa detik waktu yang ditempuh cahaya dari matahari ke Merkurius, Venus, Mars, dan Uranus.

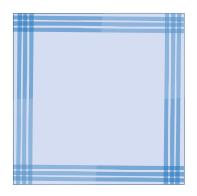
   b. Berapa kira-kira perbandingan jarak Matahari ke Bumi dengan jarak Matahari ke Uranus.

   c. Berapa km kira-kira jarak dari Merkurius ke Uranus jika Matahari, Merkurius, Venus, Bumi, dan Uranus terletak pada garis lurus.

B. Bilangan Bentuk Akar

1. Mengubah Bilangan Berpangkat Pecahan ke dalam bentuk akar

Christina mempunyai saputangan yang berbentuk persegi dengan luas 625 cm^2. Berapa panjang sisi saputangan Christina? Misal panjang sisi

saputangan adalah a cm maka Christina harus menentukan $a \times a$ = 625. Dalam hal ini a = 25, karena 25 × 25 = 625 atau 25^2 = 625. Menentukan a = 25 berarti melakukan penarikan akar dari 625 atau dapat ditulis $\sqrt{625} = 25$ (dibaca “akar kuadrat dari 625 adalah 25”). Jadi, dapat disimpulkan bahwa panjang sisi sapu tangan Christina adalah 25 cm.

Untuk lebih memahami hubungan bilangan bentuk akar dan bilangan berpangkat, coba lengkapi tabel berikut ini.

Tabel 1.7 Hubungan Bilangan Berpangkat dengan Bentuk Akar

Bentuk Akar	Hubungan Bilangan Berpangkat dengan Bentuk Akar
$\sqrt{25}$	$25 = 5^2 \Leftrightarrow \sqrt{25} = 5$
$\sqrt{36}$	$36 = \ldots \Leftrightarrow \sqrt{36} = \ldots.$
$\sqrt{81}$	$81 = \ldots \Leftrightarrow \sqrt{81} = \ldots.$
$\sqrt{100}$	$100 = \ldots. \Leftrightarrow \sqrt{100} = \ldots..$
$\sqrt{144}$	$144 = \ldots.. \Leftrightarrow \sqrt{144} = \ldots..$
$\sqrt{225}$	$225 = \ldots.. \Leftrightarrow \sqrt{225} = \ldots\ldots.$

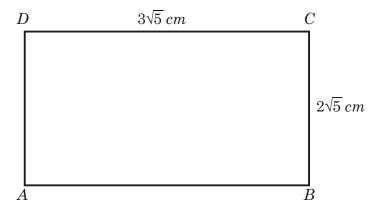
Dari tabel tersebut untuk selanjutnya, akan diperoleh

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$$

dengan catatan a dan b keduanya positif serta n bilangan asli

2. Sifat-sifat Operasi Aljabar Bilangan bentuk Akar

a. Penjumlahan dan Pengurangan Bentuk akar

Perhatikan gambar segiempat berikut

Tentukan keliling gambar tersebut?

$$\begin{aligned}\text{Keliling segiempat} &= AB + BC + CD + DA \\ &= 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} \\ &= (3 + 2 + 3 + 2)\sqrt{5} \\ &= 10\sqrt{5}\end{aligned}$$

Jadi, keliling segiempat adalah $10\sqrt{5}\ cm$.

Lengkapi tabel berikut

Penjumlahan Bentuk Akar	Bentuk Panjang	Kesimpulan
$2\sqrt{3} + 6\sqrt{3}$	$(2 + 6)\sqrt{3}$	$8\sqrt{3}$
$7\sqrt{5} + 8\sqrt{5}$	....	....
....	$9 - 3 + 6)\sqrt{10}$	....

Penjumlahan Bentuk Akar	Bentuk Panjang	Kesimpulan
$12\sqrt{6} - 8\sqrt{6}$	....	....
$10\sqrt{7} - 2\sqrt{7}$	....	....
....	$(10 + 1 - 4)\sqrt{13}$	....

Berdasarkan tabel tersebut dapat disimpulkan bahwa

$$a\sqrt{m} + b\sqrt{m} = (a + b)\sqrt{m}$$
$$a\sqrt{m} - b\sqrt{m} = (a - b)\sqrt{m}$$

Ayo Berkomunikasi

Coba diskusikan dengan temanmu untuk menyelesaikan operasi berikut

1. $5\sqrt{3} + 2\sqrt{12}$ =
2. $12\sqrt{2} - 3\sqrt{8}$ =

Untuk dapat menyelesaikan soal tersebut, terlebih dahulu coba kalian pahami menyederhanakan bilangan bentuk akar. Untuk menyederhanakan bentuk akar, kalian dapat melengkapi tabel berikut.

Bentuk akar	Bentuk Sederhana
$\sqrt{8}$	$\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2 \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$
$\sqrt{72}$	$\sqrt{72} = \sqrt{\ldots \times 2} = \sqrt{\ldots} \times \sqrt{2} = \ldots \times \sqrt{2} = \ldots\sqrt{2}$
$\sqrt{75}$	....
$\sqrt{128}$	....
$\sqrt{147}$	....

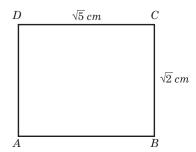
Contoh 1.7

Tentukan bentuk sederhana dari $2\sqrt{8}+6\sqrt{18}$

Alternatif jawaban:

$$\begin{aligned} 2\sqrt{8}+6\sqrt{18} &= 2\sqrt{4.2}+6\sqrt{9.2} \\ &= 2.2\sqrt{2}+6.3\sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{2}+18\sqrt{2} \\ &= (4+18)\sqrt{2} \\ &= 22\sqrt{2} \end{aligned}$$

b. Perkalian Bentuk Akar

Perhatikan gambar persegi panjang berikut

Tentukan luas dari persegi panjang tersebut?

Alternatif Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{Luas persegi panjang} &= \text{panjang} \times \text{lebar} \\ &= \sqrt{5}\times\sqrt{2} \\ &= \sqrt{10} \end{aligned}$$

Jadi luas persegi panjang adalah $\sqrt{10}\,cm^2$

Untuk memahami perkalian bentuk akar lebih lanjut, coba kalian lengkapi tabel berikut.

Perhatikan tabel pada halaman berikut, dan isilah titik-titik dalam tabel.

Tabel 1.8 Perkalian Bentuk Akar

Perkalian Bentuk Akar	Bentuk Panjang	Bentuk Sederhana
$2\sqrt{2} \times 2\sqrt{3}$	$(2 \times 2) \times \sqrt{2.3} = 4\sqrt{6}$	$4\sqrt{6}$
$3\sqrt{5} \times 5\sqrt{10}$	$(3 \times 5) \times \sqrt{5.10} = 15\sqrt{50}$ $= 15\sqrt{25} \times \sqrt{2} = 15 \times 5\sqrt{2}$	$75\sqrt{2}$
$4\sqrt{8} \times 3\sqrt{18}$	....	....
$3\sqrt{6} \times 6\sqrt{12}$	....	....
$4\sqrt{12} \times 7\sqrt{48}$	....	....

Berdasarkan tabel tersebut dapat disimpulkan bahwa

$$a\sqrt{p} \times b\sqrt{q} = a \times b\sqrt{p \times q}$$

dengan a, b, p, q bilangan bulat, p dan q positif

c. Pembagian Bentuk Akar

Untuk memahami perkalian bentuk akar lebih lanjut, coba kalian lengkapi tabel berikut.

Perhatikan tabel berikut, dan isilah titik-titik dalam tabel.

Tabel 1.9 Perkalian Bentuk Akar

Pembagian Bentuk Akar	Bentuk Panjang	Bentuk Sederhana
$\frac{\sqrt{30}}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{\frac{30}{3}} = \sqrt{10}$	$\sqrt{10}$
$\frac{10\sqrt{24}}{4\sqrt{3}}$	....	....

Pembagian Bentuk Akar	Bentuk Panjang	Bentuk Sederhana
$\frac{6\sqrt{54}}{3\sqrt{2}}$	……………………..	……………………..
$\frac{2\sqrt{108}}{4\sqrt{3}}$	……………………..	……………………..
$\frac{6\sqrt{96}}{3\sqrt{3}}$	……………………..	……………………..

Dengan demikian, berdasarkan tabel tersebut dapat ditulis dalam bentuk umum sebagai beikut.

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

dengan a dan b bilangan bulat positif

Untuk memahami pembagian dalam bentuk akar, coba kalian pahami contoh berikut ini.

Contoh 1.8

Sederhanakan pembagian bentuk akar berikut

a. $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \ldots$

b. $\frac{9\sqrt{24}}{3\sqrt{3}} = \ldots$

Alternatif jawaban:

a. $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{12}{3}} = \sqrt{4} = 2$

b. $\frac{9\sqrt{24}}{3\sqrt{3}} = \frac{9}{3}\sqrt{\frac{24}{3}} = 3\sqrt{8} = 3\sqrt{4.2} = 3.2\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

Soal Latihan 1.2

1. Coba buatlah dalam bentuk yang paling sederhana.

   a. $3\sqrt{2}+5\sqrt{2}$
   b. $7\sqrt{5}+8\sqrt{5}$
   c. $20\sqrt{6}+12\sqrt{6}$
   d. $-12\sqrt{3}-8\sqrt{3}$
   e. $6\sqrt{8}+5\sqrt{2}$
   f. $10\sqrt{12}+7\sqrt{3}$
   g. $9\sqrt{20}-8\sqrt{5}$
   h. $15\sqrt{48}-4\sqrt{12}$
   i. $8\sqrt{125}-6\sqrt{45}$
   j. $3\sqrt{216}-7\sqrt{54}$

2. Coba sederhanakan bentuk akar berikut.

   a. $3\sqrt{2}\times 6\sqrt{6}$
   b. $4\sqrt{3}\times 5\sqrt{8}$
   c. $3\sqrt{5}\times 8\sqrt{10}$
   d. $5\sqrt{6}\times 7\sqrt{8}$
   e. $9\sqrt{6}\times 7\sqrt{12}$

3. Sederhanakan pembagian bentuk akar berikut.

   a. $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}}$
   b. $\frac{2\sqrt{20}}{\sqrt{5}}$
   c. $\frac{\sqrt{72}}{3\sqrt{2}}$
   d. $\frac{8\sqrt{45}}{2\sqrt{3}}$
   e. $\frac{12\sqrt{108}}{4\sqrt{3}}$

4. Sederhanakan bentuk berikut ini.

   a. $5\sqrt{2}\times 2\sqrt{8}+7\sqrt{2}\times 2\sqrt{18}$
   b. $3\sqrt{8}\times 2\sqrt{50}+24\sqrt{12}\ :\ 2\sqrt{3}$
   c. $\frac{2\sqrt{50}+4\sqrt{8}}{2\sqrt{32}}$
   d. $\frac{5\sqrt{3}+3\sqrt{27}}{2\sqrt{2}}$
   e. $\frac{2\sqrt{5}\times 5\sqrt{10}}{2\sqrt{2}}$

5. Persegi panjang mempunyai panjang $10\sqrt{72}\,cm$ dan lebar $4\sqrt{8}\,cm$ Tentukan luas dan keliling persegi panjang tersebut. Tulislah jawaban kalian dalam bentuk yang paling sederhana.

3. Merasionalkan Penyebut

Bilangan bentuk akar ada yang berupa bilangan irasional, yaitu bilangan real yang tidak bisa dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$ dengan a dan b bilangan bulat, b tidak nol. Dengan kata lain, bilangan irasional adalah bilangan real yang hasil baginya tidak berhenti. Contoh $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5} \cdots$

Jika kalian hitung dengan komputer maka nilai dari $\sqrt{2}$ = 1,414213562373095048801688724

Jelas terlihat bahwa tidak ada angka yang terulang dan tidak berhenti. Merasionalkan penyebut maksudnya adalah menjadikan bilangan bentuk akar yang menjadi penyebut dari bilangan irasional menjadi bilangan rasional. Untuk lebih jelasnya dalam merasionalkan penyebut, coba pelajari materi berikut ini. Pecahan bentuk akar yang merupakan bilangan irasional seperti $\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{3}{\sqrt{5}}, \frac{2}{3+\sqrt{3}}, \frac{5}{\sqrt{3}+\sqrt{6}} \ldots\ldots$

Pecahan penyebut tersebut dapat diubah menjadi pecahan rasional dengan cara mengalikan pembilang dan penyebutnya dengan pasangan bentuk akar sekawannya. Pasangan bentuk akar sekawan adalah sebagai berikut.

1. Pasangan bentuk akar sekawan dari $\sqrt{a}$ adalah $\sqrt{a}$ karena $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$
2. Pasangan bentuk akar sekawan dari $(a+\sqrt{b})$ adalah $(a-\sqrt{b})$, karena $(a+\sqrt{b})(a-\sqrt{b}) = a^2 - b$
3. Pasangan bentuk akar sekawan dari $(\sqrt{a}+\sqrt{b})$ adalah $(\sqrt{a}-\sqrt{b})$, karena $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b}) = (a-b)$

Agar lebih jelas bagaimana merasionalkan penyebut, coba kalian pelajari lebih lanjut beberapa contoh berikut ini.

Contoh 1.9

Penyebut berbentuk $\sqrt{a}$

Sederhanakan bilangan pecahan berikut dengan merasionalkan penyebutnya $\frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$
$$= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{9}}$$
$$= \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

Contoh 1.10

Penyebut berbentuk $(a + \sqrt{b})$

Sederhanakan bilangan pecahan berikut dengan merasionalkan penyebutnya $\frac{6}{5+\sqrt{3}}$

$$\frac{6}{5+\sqrt{3}} = \frac{6}{5+\sqrt{3}} \times \frac{5-\sqrt{3}}{5-\sqrt{3}}$$
$$= \frac{6(5-\sqrt{3})}{(5+\sqrt{3})(5-\sqrt{3})}$$
$$= \frac{30-6\sqrt{3}}{25-\sqrt{9}}$$
$$= \frac{30-6\sqrt{3}}{25-3}$$
$$= \frac{30-6\sqrt{3}}{22} = \frac{15-3\sqrt{3}}{11}$$

Contoh 1.11

Penyebut berbentuk $(\sqrt{a} + \sqrt{b})$

Sederhanakan bilangan pecahan berikut dengan merasionalkan penyebutnya $\frac{4}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$

$$\frac{4}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$$

$$= \frac{4\left(\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)}{\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)}$$

$$= \frac{4\sqrt{7}-4\sqrt{5}}{\sqrt{49}-\sqrt{25}}$$

$$= \frac{4\sqrt{7}-4\sqrt{5}}{2}$$

$$= 2\sqrt{7}-2\sqrt{5}$$

Contoh 1.12

Penyebut berbentuk $\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)$

Sederhanakan bilangan pecahan berikut dengan merasionalkan penyebutnya $\dfrac{3+\sqrt{5}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$

$$\frac{3+\sqrt{5}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} = \frac{3+\sqrt{5}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\left(3+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)}$$

$$= \frac{3\sqrt{6}+3\sqrt{2}+\sqrt{5}\sqrt{6}+\sqrt{5}\sqrt{2}}{\sqrt{36}-\sqrt{4}}$$

$$= \frac{3\sqrt{6}+3\sqrt{2}+\sqrt{30}+\sqrt{10}}{6-2}$$

$$= \frac{3\sqrt{6}+3\sqrt{2}+\sqrt{30}+\sqrt{10}}{4}$$

Ayo Mencoba

Rasionalkan bentuk akar berikut ini

1. $\frac{3}{\sqrt{6}}$
2. $\frac{5}{2\sqrt{10}}$
3. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$
4. $\frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{7}}$
5. $\frac{4}{\sqrt{18}}$
6. $\frac{10}{\sqrt{50}}$
7. $\frac{\sqrt{8}}{2\sqrt{20}}$
8. $\sqrt{\frac{3}{5}}$
9. $\sqrt{\frac{18}{27}}$
10. $\frac{2\sqrt{12}}{5\sqrt{50}}$
11. $\frac{3}{4+\sqrt{2}}$
12. $\frac{5}{5+2\sqrt{3}}$
13. $\frac{7}{\sqrt{6}-\sqrt{5}}$
14. $\frac{3}{\sqrt{3}+1}$
15. $\frac{5}{3\sqrt{3}-\sqrt{6}}$
16. $\frac{\sqrt{6}}{3-3\sqrt{3}}$
17. $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$
18. $\frac{2\sqrt{6}}{5\sqrt{3}-\sqrt{5}}$
19. $\frac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}$
20. $\frac{3+3\sqrt{6}}{4\sqrt{5}-2\sqrt{2}}$

C. Penulisan Bentuk Baku

Ayo Bereksplorasi

Menurut para ahli, Bumi memiliki berat sekitar 6.000.000.000.000.000.000.000 ton. Penulisan berat ini tentunya kurang efektif karena terlalu panjang. Agar lebih hemat dalam penulisan berat bumi, dapat ditulis dalam bentuk bilangan berpangkat.

Berat Bumi jika ditulis dalam bentuk perkalian adalah

6.000.000.000.000.000.000.000 ton

$= 6 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$ ton

$= 6 \times 10^{18}$ ton

Dengan demikian berat Bumi dapat ditulis dengan angka yang jauh lebih sederhana yaitu 6×10^{18} ton.

Truk Caterpillar 797F yang digunakan di PT. Freeport memiliki daya angkut mencapai 400.000 kg serta berat operasinya 687.500 kg. Jika ditulis dalam bentuk baku, daya angkut 400.000 kg = 4×10^5 kg dan berat operasinya 687.500 kg = $6{,}875 \times 10^5$ kg. Penulisan 4×10^5 kg dan $6{,}875 \times 10^5$ kg lebih singkat dan efisien.

Untuk memahami lebih jauh tentang penulisan bentuk baku coba lengkapi tabel berikut ini

Penulisan Bentuk biasa	Penulisan bentuk baku
40.000.000.000	4×10^{10}
456.000.000	$4{,}56 \times 10^8$
0,00004	4×10^{-5}
0,0000000796	$7{,}96 \times 10^{-8}$
38.564.000	....
2.903.000.000	....
203.400.000.000	....
0,00000907	....
0,0000000000745	....
0,000000009045	....

Berdasarkan tabel tersebut dapat disimpulkan bahwa penulisan bentuk baku dari bilangan positif dapat ditulis dengan

$$a \times 10^n \text{ dengan } 1 < a < 10$$

Contoh 1.13

Tulislah dalam bentuk biasa

1. $2,3 \times 10^6$
2. $5,89 \times 10^{-9}$

Alternatif jawaban:

1. $2,3 \times 10^6 = 2,3 \times 1.000.000 = 2.300.000$
2. $5,89 \times 10^{-9} = 5,89 \times \frac{1}{1.000.000.000} = 0,00000000589$

Soal Latihan 1.3

1. Tulislah bilangan berikut dalam bentuk biasa.
   a. $2,5 \times 10^8$
   b. $4,58 \times 10^{10}$
   c. $9,0387 \times 10^{-8}$
   d. $2,0007 \times 10^{-4}$
   e. $1,56004 \times 10^{-1}$
2. Tulislah bilangan berikut dalam bentuk baku.
   a. 34.000.000.000
   b. 890.000.000.000
   c. 0,00000000783
   d. 0,000000392
   e. 0,0303929
3. Sederhanakan bentuk berikut.
   a. $(2 \times 10^6) \times (8 \times 10^4)$
   b. $(8 \times 10^{10}) : (1,2 \times 10^{-5})$
   c. $\frac{(1,5 \times 10^3) \times (8 \times 10^3)}{(2 \times 10^3)}$
4. Satu karung berisi beras memiliki berat 50 *kg*. Jika diasumsikan berat tiap-tiap butir beras adalah sama, yaitu 5×10^{-3} gram.

Berapakah banyak butir beras dalam karung tersebut? Tuliskan jawaban kalian dalam bilangan berpangkat sederhana.

5. Dwi Puji Lestari membeli flashdisk berkapasitas 64 GB, dan yang bisa digunakan adalah 92% Tentukan berapa Byte kapasitas flashdisk yang dapat digunakan? (1 GB = 2^{10} Byte).

6. Kecepatan cahaya adalah 3×10^8 m/detik. Berapa km cahaya bergerak dalam waktu 6 jam? Tulislah jawaban kalian dalam bentuk baku.

Refleksi

Setelah kalian mempelajari Bab ini, sekarang coba lakukan refleksi apakah kalian

1. Dapat memahami sifat-sifat bilangan berpangkat
2. Dapat menyelesaikan operasi bilangan berpangkat
3. Dapat menyelesaikan operasi bilangan bentuk akar
4. Dapat merasionalkan penyebut bentuk akar
5. Dapat menulis bilangan dalam Bentuk Baku

Uji Kompetensi Bab 1

1. Tulislah dalam bentuk pangkat yang paling sederhana.

   a. $\frac{20}{625}$

   b. $\frac{75}{243}$

   c. $\frac{128}{729}$

   d. $\frac{3125}{1296}$

2. Sederhanakan bentuk perpangkatan berikut.

   a. $\frac{0,5^9 \times 0,5^{-2}}{0,5^5}$

   b. $\frac{(-6)^9 \times (-6)^4}{(-6)^{-5}}$

   c. $\frac{27^6}{81^3} + \frac{64^4}{4^3}$

   d. $\frac{243^2 + 27^3}{3^6}$

3. Tentukan hasil perpangkatan berikut ini.

a. $\dfrac{2^3 \times 3^2}{6^2}$

b. $\dfrac{5^3 \times 3^3}{3 \times 5^2}$

c. $\dfrac{32^2 + 8^2}{8^2}$

d. $\dfrac{4 \times 15^2 + 3 \times 10^2}{10^2}$

4. Sederhanakan bentuk perpangkatan berikut ke dalam bentuk baku.

a. $8^3 \times 2^5 \times 10^{-6}$

b. $(0{,}6^3 \times 10^{-3}) - (0{,}5^2 \times 10^{-8})$

c. $(2{,}16 \times 10^7) : (0{,}6^2 \times 10^{-10})$

d. $2{,}43 \times 10^{-6} \times 0{,}3^2 \times 10^{-5} \times 1.000.000$

5. Jika $a = 32$ dan $b = 243$. Tentukan hasil operasi dalam bentuk perpangkatan yang paling sederhana.

a. $2a \times 3b$

b. $(2a)^2 + (3b)^{-3}$

c. $\dfrac{a^3 \times 3b^2}{(ab)^2}$

d. $2\sqrt{a} + 3\sqrt{b}$

6. Rasionalkan bentuk akar berikut ini.

a. $\dfrac{5}{\sqrt{8}}$

b. $\dfrac{3\sqrt{6}}{5\sqrt{18}}$

c. $\dfrac{\sqrt{8}}{5 + 2\sqrt{2}}$

d. $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{18} + \sqrt{5}}$

e. $\dfrac{\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{3\sqrt{5} - \sqrt{6}}$

7. Nabila membeli paket internet dengan kapasitas 6 GB, berlaku selama 30 hari.

a. Berapakah KB kapasitas rata-rata tiap hari yang digunakan Nabila agar cukup selama sebulan?

b. Jika pada bulan berikutnya Nabila membeli lagi 12 GB, berapa KB rata-rata kapasitas yang digunakan Nabila setiap hari agar cukup selama 2 bulan?

8. Setiap orang yang akan donor darah berisi 0,5 liter darah.
   a. Setiap $1ml$ darah terdapat $2{,}5 \times 10^4$ sel darah putih, berapa banyak sel darah putih jika ada 10 orang yang donor darah?
   b. Setiap $1ml$ darah terdapat $7{,}5 \times 10^8$ sel darah merah, berapa banyak sel darah merah dalam 6 hari apabila setiap hari ada 5 orang yang donor darah?
9. Ada berapa detik selama 100 tahun, jika 1 tahun sama dengan 365 hari? Tulislah jawaban kalian dalam bentuk baku.
10. Pak Amin memiliki kolam renang dengan ukuran panjang $12\sqrt{12}\,m$ dan lebar $6\sqrt{27}\,m$ dan memiliki kedalaman $2m$. Jika kolam terisi 85% air, tentukan berapa liter volume air yang ada?

Pengayaan

1. $\dfrac{2^{2023} \times 2^{2024} \times 2^{2025}}{32} = 2^a$ Tentukan nilai dari a.
2. Perhatikan tabel berikut

Jenis Truk	Kapasitas angkut(kg)
Tronton Wingbox	$1{,}8 \times 10^4$
Tronton	$1{,}5 \times 10^4$
Fuso Berat	8×10^3
Fuso Ringan	5×10^3
Doble Engkel	2×10^3
Engkel Box	$2{,}2 \times 10^3$
Picup	8×10^2
Van	$7{,}2 \times 10^2$

Tabel pada halaman sebelumnya menunjukkan jenis truk dan kapasitas angkutnya.

a. Tumpukan pasir memiliki berat sekitar 6×10^4 kg. Jika semua jenis truk mampu mengangkut penuh, tentukan jenis truk apa yang digunakan untuk mengangkut pasir agar tidak ada pasir yang tersisa?

b. Jika semua truk mampu mengangkut sesuai dengan kapasitasnya, berapa ton pasir yang mampu diangkut dengan oleh truk tronton dan truk fuso Berat jika masing-masing mengangkut sebanyak 8 kali.

c. Jika Truk Tronton Wingbox mengangkut pasir sebanyak 5 kali, tentukan berapa ton pasir yang mampu diangkut? Jika pasir tersebut diangkut oleh truk Doble Engkel, berapa kali Doble Engkel mampu mengangkut pasir tersebut sampai habis?

d. Jika semua jenis truk mengangkut pasir sebanyak 3 kali, tentukan berapa ton pasir yang mampu diangkut?

3. Seorang guru bidang Kesiswaan ingin mengirim pengumuman yang penting dan cepat kepada semua siswa di sekolahnya. Dia mulai mengirim pengumuman pesan berantai WA kepada 5 siswa, selanjutnya 5 siswa tadi mengirim pengumuman pesan berantai kepada 5 siswa yang lainnya, demikian seterusnya. Waktu yang diperlukan untuk mengirim pesan berantai WA kepada 5 siswa adalah 15 detik.

   a. Berapa siswa yang sudah menerima pengumuman lewat WA dalam waktu 1 menit?

   b. Berapa waktu minimal yang dibutuhkan agar pengumuman lewat pesan WA tersebut sudah diterima 3000 siswa?

   c. Ahmad beranggapan bahwa pesan berantai kepada 5 siswa dalam waktu 15 detik lebih cepat daripada pesan berantai kepada 3 siswa dalam waktu 10 detik dalam waktu satu menit? Jelaskan.

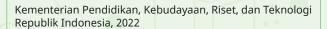
4. Menurut para ahli Astronomi gaya gravitasi planet berbeda-beda seperti pada tabel berikut.

Planet	Gaya Gravitasi
Merkuri	0,38
Venus	0,91
Bumi	1,00
Mars	0,38
Jupiter	2,34
Saturnus	1,06
Uranus	0,92
Neptunus	1,19
Pluto	0,06

Sumber https://www.kompas.com/sains/read

a. Jika kalian memiliki berat 68 kg, maka berat tubuh kalian akan menjadi 159 kg di planet Jupiter, di Mars kalian akan memiliki berat 26 kg. Tentukan bagaimana cara menentukan berat badan di di planet lain?

b. Jika Arman berat badan di Bumi 58 kg, berapa berat badan Arman di planet Venus?

c. Coba selidiki mana yang antara 60 kg di venus dengan 50 kg di Saturnus?

Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi
Republik Indonesia, 2022

Matematika untuk SMP/MTs Kelas VIII

Penulis: Mohammad Tohir, dkk.
ISBN: 978-602-427-919-6 (Jil.2)

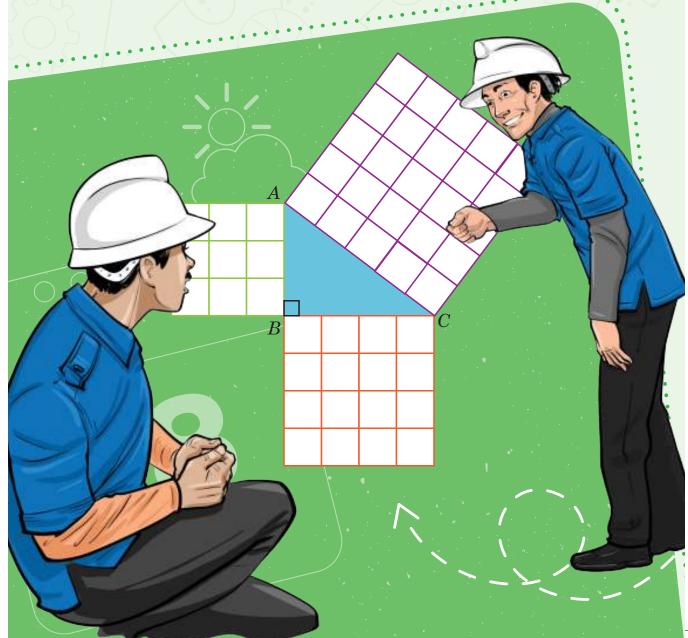
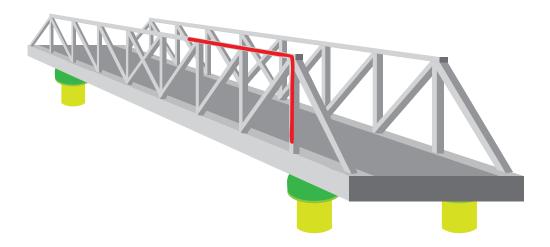
Bab 2

TEOREMA PYTHAGORAS

Bagaimana teorema Pythagoras dapat membantu aktivitas sehari-hari?

A

B

C

Pengantar Bab

Gambar 2.1 Jembatan Kanor-Rengel di Kabupaten Bojonegoro

Jembatan Kanor-Rengel melintasi Bengawan Solo dan menghubungkan Kecamatan Kanor dengan Kecamatan Rengel. Pembangunan jembatan Kanor-Rengel dimaksudkan untuk mendukung akses masyarakat. Keberadaan jembatan memungkinkan pergerakan orang dan memberikan dampak positif bagi kegiatan di berbagai sektor seperti pertanian, perdagangan, pariwisata dan pendidikan. Bahan utama jembatan ini terbuat dari baja dan struktur utamanya adalah segitiga siku-siku. Bentuk segitiga siku-siku, salah satunya ditunjukkan oleh garis merah pada Gambar 2.1. Ilustrasi di atas menunjukkan penerapan teorema Pythagoras dalam kehidupan sehari-hari, paling sering digunakan dalam konstruksi bangunan, baik jembatan maupun rumah.

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, diharapkan kalian dapat:

√ Menganalisis beberapa informasi untuk membuktikan teorema Pythagoras

√ Membuat pembuktian berupa skema atau prosedur terhadap rumus teorema Pythagoras

√ Menentukan panjang sisi segitiga menggunakan teorema Pythagoras

√ Membandingkan sisi pada segitiga siku-siku istimewa

√ Menemukan bentuk tripel Pythagoras

√ Menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari terkait penerapan teorema Pythagoras

√ Menentukan jarak antara dua titik dalam koordinat Kartesius (pengayaan)

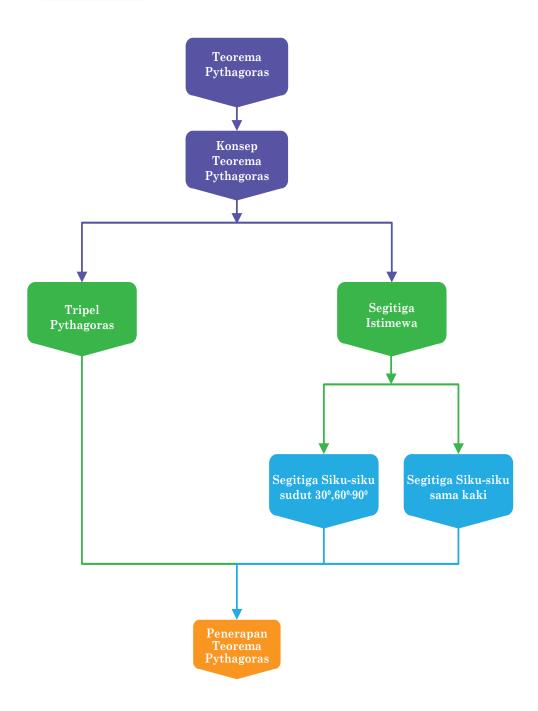
Pertanyaan Pemantik

- Apakah nilai akar kuadrat dari suatu bilangan positif dapat ditemukan?
- Bagaimana aturan teorema Pythagoras berlaku untuk segitiga siku-siku?
- Apakah teorema Pythagoras hanya berlaku untuk segitiga siku-siku istimewa?
- Apa perbedaan antara triple Pythagoras dan bukan triple Pythagoras?
- Bagaimana cara menentukan jarak dari satu titik ke titik lainnya?

Kata Kunci

Bilangan kuadrat, Segitiga siku-siku, teorema Pythagoras, koordinat kartesius

Peta Konsep

Teorema Pythagoras
Konsep Teorema Pythagoras
Tripel Pythagoras
Segitiga Istimewa
Segitiga Siku-siku sudut 30⁰,60⁰,90⁰
Segitiga Siku-siku sama kaki
Penerapan Teorema Pythagoras

A. Menemukan Konsep Pythagoras

Ayo Mengingat Kembali

1. Kuadrat suatu bilangan

   Perhatikan bentuk perkalian berikut:

   $2 \times 2 = 2^2 = 4$

   $4 \times 4 = 4^2 = 16$

   $6 \times 6 = 6^2 = 36$

   Bentuk perkalian di atas merupakan bentuk kuadrat yang biasanya ditulis $a^2 = a \times a$. Bilangan kuadrat adalah bilangan yang dihasilkan dari perkalian dua bilangan yang sama, seperti $4, 9, 16, 25, 36,$ dan seterusnya. Sementara itu, proses mengalikan dua bilangan yang sama disebut pengkuadratan. Misalkan, $2 \times 2 = 2^2 = 4$, dimana 2^2 merupakan bentuk kuadrat, sedangkan 4 adalah bilangan kuadrat.

2. Akar kuadrat suatu bilangan

   Akar kuadrat dari a yang biasanya disimbolkan dengan $\sqrt{a}$ yang merupakan bilangan positif yang jika dikuadratkan sama dengan a. Jika kuadrat dari 3 adalah 9 maka akar kuadrat dari 9 sama dengan 3 dan dan dapat ditulis $\sqrt{9} = 3$.

   Secara umum, bilangan positif $k = a^2$ memiliki akar kuadrat positif yang dilambangkan dengan $\sqrt{k}$ dan akar kuadrat negatif yang dilambangkan dengan $-\sqrt{k}$. Misalkan $k = 64$, maka 64 memiliki dua akar yaitu 8 dan -8. Pembahasan Teorema Pythagoras berfokus pada pengukuran panjang, sehingga akar kuadrat yang berlaku berada pada akar positif. Sifat-sifat akar kuadrat dari suatu bilangan ditunjukkan di bawah ini

   i. $\sqrt{A \times B} = \sqrt{A} \times \sqrt{B},\ A \geq 0,\ B \geq 0$

   ii. $\sqrt{\dfrac{A}{B}} = \dfrac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}},\ A \geq 0,\ B \neq 0$

   iii. $A\sqrt{B} + A\sqrt{C} = A(\sqrt{B} + \sqrt{C}),\ B \geq 0,\ C \geq 0$

   iv. $\sqrt{A} \times \sqrt{A} = A,\ A \geq 0$

Contoh 2.1

1. Hitunglah nilai kuadrat bilangan-bilangan berikut.
   a. 13^2
   b. 24
   c. 35
   d. $(82{,}5)^2$
   e. 119^2
2. Hitunglah nilai akar kuadrat bilangan-bilangan berikut.
   a. $\sqrt{49}$
   b. $\sqrt{169}$
   c. $\sqrt{256}$
   d. $\sqrt{484}$
   e. $\sqrt{625}$

Ayo Berteknologi

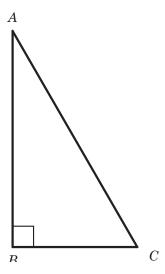
Gunakan tautan berikut https://www.geogebra.org/m/pvnmvwsx untuk menghitung permasalahan pada **Contoh 2.1**.

Alternatif penyelesaian:

1. a. $13^2 = 13 \times 13 = 169$
   b. $24^2 = 24 \times 24 = 576$
   c. $35^2 = 35 \times 35 = 1225$
   d. $82,5^2 = 82,5 \times 82,5 = 6806,25$
   e. $119^2 = 119 \times 119 = 14161$
2. a. $\sqrt{49} = 7$
   b. $\sqrt{169} = 13$
   c. $\sqrt{256} = 16$
   d. $\sqrt{484} = 22$
   e. $\sqrt{625} = 25$

Segitiga siku-siku

Coba kalian ingat kembali terkait segitiga siku-siku?

Perhatikan segitiga siku-siku ABC berikut beserta bagian-bagiannya.

Keterangan:

- Segitiga ABC adalah segitiga dengan siku-siku di B dan besar sudutnya adalah $90°$.
- Sisi depan sudut siku-siku atau sisi C adalah sisi terpanjang yang disebut sisi miring (hipotenusa).
- Sisi lain pembentuk sudut siku-siku (sisi AB dan sisi BC) disebut sisi siku-siku.

Ayo Bereksplorasi

Penggunaan teorema Pythagoras dalam kehidupan sehari-hari cukup banyak. Salah satunya di bidang konstruksi bangunan. Seorang tukang dan pekerjanya mendapatkan proyek untuk membangun rumah. Sebelum memulai konstruksi, tukang harus terlebih dahulu membuat benang sudut siku pada pemasangan *bouwplank* sebagai acuan pembuatan pondasi, dinding, dan elemen lainnya agar rumah dapat dibangun dengan baik dan kokoh. Di bawah ini adalah ilustrasi untuk membentuk sudut siku-siku.

Gambar 2.2 Membuat sudut siku

Gambar 2.2 di atas menunjukkan beberapa tukang, mereka memastikan bahwa sudut fondasi yang akan dibangun rumah harus membentuk sudut siku-siku menggunakan kawat dan pita pengukur. Perbandingan ukuran yang disiapkan oleh tukang adalah

$30\ cm, 40\ cm, 50\ cm$

$12\ cm, 5\ cm, 14\ cm$

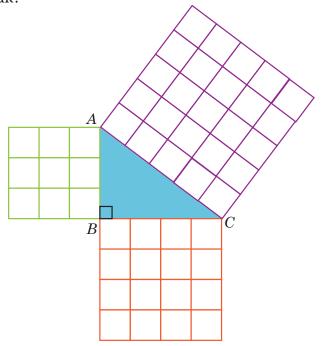
$60\ cm, 80\ cm, 100\ cm$

$90\ cm, 120\ cm, 140\ cm$

$12\ cm, 16\ cm, 20\ cm$

Bagaimana Anda bisa membantu tukang membuktikan bahwa perbandingan ini membentuk segitiga siku-siku atau tidak?

Sebagai stimulus kegiatan ini bertujuan untuk mempelajari Teorema Pythagoras dan memverifikasi kebenarannya. Pembuktian Teorema Pythagoras erat kaitannya dengan luas persegi dan segitiga. Pythagoras menunjukkan bahwa kuadrat dari panjang sisi miring suatu segitiga siku-siku sama dengan jumlah kuadrat dari panjang sisi lainnya. Untuk memeriksa akurasi, gunakan langkah-langkah sebagai berikut.

1. Sediakan kertas HVS (atau kertas berpetak), kertas karton, pensil, penggaris, dan gunting.
2. Buatlah tiga buah persegi dari kertas yang sudah disediakan dengan panjang sisi setiap persegi adalah $a = 3$ satuan (3 kotak), $b = 4$ satuan, dan $c = 5$ satuan. Kemudian guntinglah ketiga persegi itu.
3. Tempel ketiga persegi tersebut di karton sedemikian sehingga dua dari empat sudut mereka saling berimpit dan membentuk segitiga di dalamnya. Tampak pada Gambar 2.3. Segitiga apakah yang terbentuk?

Gambar 2.3 Bangun Datar Pembuktian Teorema Pythagoras

4. Perhatikan luas ketiga persegi. Apakah luas persegi yang terbesar sama dengan jumlah dua luas persegi yang lebih kecil?
5. Ulangi langkah nomor 2 dan 3 dengan membuat persegi yang berukuran $a = 6$ satuan, $b = 8$ satuan, dan $c = 10$ satuan.
6. Setelah melakukan kegiatan tersebut, apa yang dapat kalian ketahui tentang hubungan nilai a, b, dan c?

Untuk lebih meyakinkan kalian tentang hubungan nilai a, b, dan c, lanjutkan dengan kegiatan berikut.

7. Pada kertas berpetak, gambar tiga segitiga siku-siku ABC dengan tiga ukuran yang berbeda.
   a. AB = 5 satuan, BC = 12 satuan
   b. AB = 8 satuan, BC = 15 satuan
   c. AB = 9 satuan, BC = 12 satuan
8. Ukurlah panjang sisi yang ketiga dari setiap segitiga.
9. Lengkapi tabel berikut berdasarkan ketiga segitiga yang telah kalian buat.

Segitiga ABC	AB	BC	AC	AB^2	BC^2	AC^2
a.	...	...	...	...	...	...
b.	...	...	...	...	...	...
c.	...	...	...	...	...	...

Ayo Berpikir Kritis

Memperhatikan kegiatan Ayo Mencoba, tunjukkan hubungan yang kalian temukan antara luas persegi pada sisi miring dengan dua persegi lain pada sisi siku-sikunya? Selanjutnya, hubungan apakah yang dapat kalian temukan antara kuadrat dari sisi miring dengan kuadrat sisi lainnya?

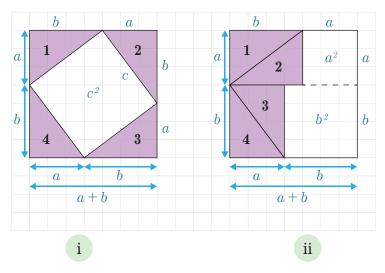
Dalil Pythagoras

Pada suatu segitiga siku-siku, luas persegi pada sisi miringnya sama dengan jumlah luas persegi lain pada kedua sisi siku-sikunya, hal ini juga berarti jumlah dari kuadrat kedua sisi siku-siku segitiga pada segitiga siku-siku sama dengan kuadrat panjang sisi miringnya (*hipotenusa*).

Teorema Pythagoras

Pada $\Delta\, ABC$ siku-siku dengan siku-siku di B, berlaku:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Secara matematis, seperti apakah Teorema Pythagoras? Berikut adalah salah satu pembuktian untuk memeriksa kebenaran Teorema Pythagoras.

Gambar 2.4 Pembuktian Teorema Pythagoras

Berdasarkan Gambar 2.4. Kita dapat menemukan bentuk persamaan seperti berikut.

Pada Gambar 2.4(i) diperoleh bahwa $(a+b)^2 = 4 \times \frac{1}{2}ab + c^2$

$$= 2ab + c^2$$

Selanjutnya, perhatikan pada Gambar 2.4(ii) diperoleh bahwa

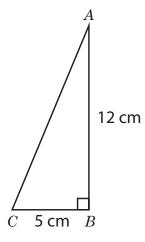
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Sehingga, berdasarkan Gambar 2.4(i) dan 2.4(ii) diperoleh

$$(a+b)^2 = (a+b)^2$$
$$2ab + c^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$c^2 + 2ab = a^2 + b^2 + 2ab$$
$$c^2 + 2ab - 2ab = a^2 + b^2 + 2ab - 2ab$$
$$c^2 = a^2 + b^2$$

Dengan demikian, luas persegi pada sisi hipotenusa adalah c^2, dan jumlah luas persegi pada kedua sisi tegaknya adalah $a^2 + b^2$.

Contoh 2.2

1. Tentukan panjang hipotenusa segitiga di bawah.

Alternatif penyelesaian

Diketahui:

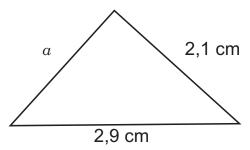
$AB = 12\ cm, BC = 5\ cm$

Ditanya:
Hipotenusa atau panjang AC.

Jawab:

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ &= 12^2 + 5^2 \\ &= 144 + 25 \\ AC^2 &= 169 \\ AC &= \sqrt{169} \\ AC &= 13 \end{aligned}$$

Jadi, panjang hipotenusa $= AC = 13\ cm$.

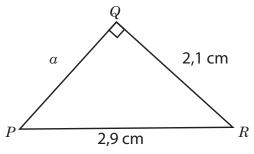
2. Tentukan panjang a pada segitiga berikut.

Alternatif penyelesaian

Diketahui:

misal

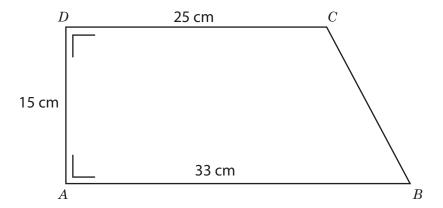
$PR = 2,9\ cm, QR = 2,1\ cm$

Ditanya:

panjang $a = PQ$.

Jawab:

$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$PR^2 = PQ^2 + QR^2$$
$$2,9^2 = PQ^2 + 2,1^2$$
$$PQ^2 = 2,9^2 - 2,1^2$$
$$PQ^2 = 8,41 - 4,41$$
$$PQ^2 = 4$$
$$PQ = \sqrt{4} = 2$$

Jadi, panjang $a = PQ = 2\ cm$

3. Perhatikan gambar trapesium berikut.

Alternatif penyelesaian

Diketahui:

$AD = 15\ cm, CD = 25\ cm, AB = 33\ cm$

Ditanya:

Panjang BC adalah ...

Jawab:

Untuk menyelesaikan masalah di atas,

terlebih dahulu kita buat garis dari C dan tegak lurus dengan garis AB.

Misalkan titik potong dengan garis AB adalah E, maka terbentuk segitiga siku-siku BEC. Sehingga berlaku Teorema Pythagoras.

$BC^2 = CE^2 + BE^2$

Panjang BE

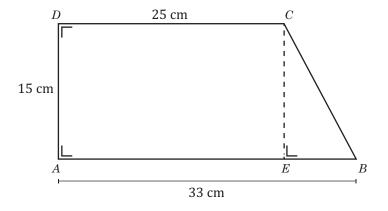
$BE = AB - DC$

$BE = 33 - 25$

$BE = 8$

Jadi, panjang $BE = 8\ cm$.

Panjang $CE = AD = 15\ cm$

Perhatikan $\Delta\ BEC$ siku-siku di E

$BC^2 = CE^2 + BE^2$

$BC^2 = 15^2 + 8^2$

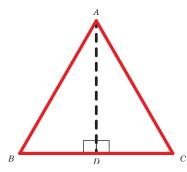
$BC^2 = 225 + 64$

$BC^2 = 289$

$BC\ = \sqrt{289}$

$BC\ = 17$

Jadi, panjang BC adalah 17 cm.

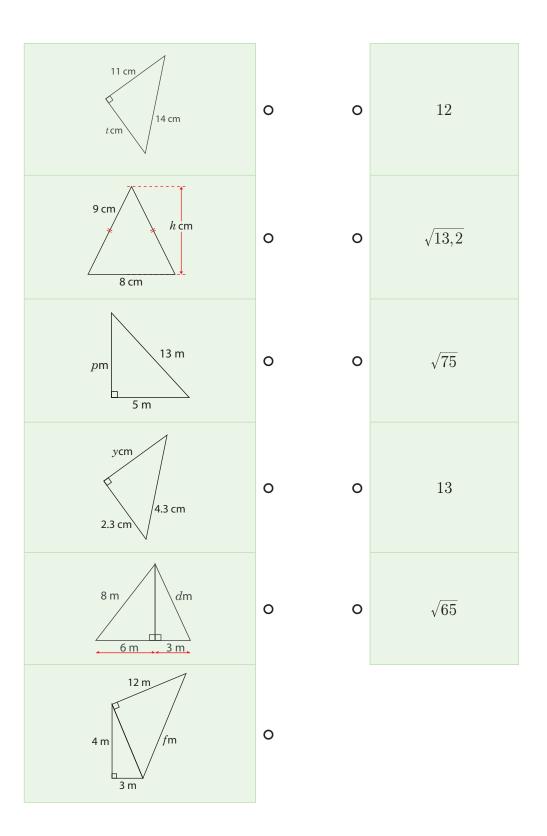
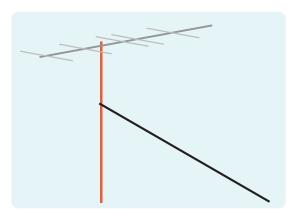
Ayo Berpikir Kreatif

Doni mendapatkan tugas mata pelajaran Seni Budaya untuk membuat miniatur rumah dari stik eskrim. Dia membuat perhitungan dulu terkiat ukuran-ukuran yang nantinya akan digunakan sebagai ukuran miniatur rumah yang dibuat. Miniatur rumah yang dia buat diharapkan seperti contoh di atas, maka dia menghitung ukuran miniatur tersebut salah satunya adalah pada bangunan atap yang membentuk segitiga. Bagaimanakah cara kalian membantu Doni menentukan panjang AB, AC, BC, AD, BD, dan DC serta hubungannya?

Ayo Berkomunikasi

Tuliskan hasil temuan kalian dari kegiatan Ayo Berpikir Kritis pada lembar kerja (kertas karton/ppt/hasil karya lain). Diskusikan hasil temuan kalian tersebut, kemudian sampaikan kepada teman kalian di dalam kelas.

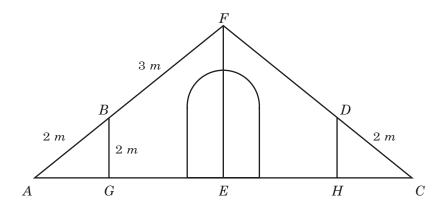
Soal Latihan

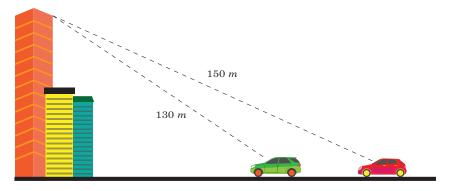
1. Tentukan nilai variabel pada panjang segitiga sebelah kiri kemudian pasangkan pada nilai yang sesuai yang berada di samping kanan.

11 cm
14 cm
t cm
9 cm
h cm
8 cm
13 m
p m
5 m
y cm
4.3 cm
2.3 cm
8 m
d m
6 m
3 m
12 m
4 m
f m
3 m
12
$\sqrt{13,2}$
$\sqrt{75}$
13
$\sqrt{65}$

2. Gambar berikut memperlihatkan tiang antena TV di atas genting. Tiang antena tersebut ditarik oleh kawat supaya kuat dan tidak goyang saat terkena angin. Biasanya kawat tersebut dipasang pada $\frac{3}{4}$ bagian dari tinggi tiang dari permukaan atas genting.

   a. Jelaskan cara kalian dalam menentukan panjang kawat tersebut tanpa mengukurnya, jika tiang antena tingginya 8 meter.

   b. Tentukan panjang kawat jika jarak antara kawat dan tiang pada tanah adalah 8 meter.

3. Aldo akan menaiki tangga untuk memperbaiki jam dinding yang ditunjukkan seperti gambar di bawah ini. Jika tinggi tembok dari tumpuan tangga ke permukaan tanah adalah 3 meter. Tentukan panjang tangga yang digunakan Aldo.

4. Haris merupakan salah satu siswa yang ikut terlibat dalam merencanakan pembangunan tenda tempat pengungsian. Koordinator pembangunan tenda menunjukkan gambar kerangka tenda pengungsian (tampak depan) seperti gambar di bawah.

Haris diminta untuk menentukan perkiraan panjang bambu yang digunakan sebagai penyangga tinggi tenda. Jika pada gambar di atas dijelaskan bahwa tenda akan diikatkan ke tanah dengan menggunakan tali AF dan CF yang merupakan tali lurus. Bantulah Haris mencari tinggi tenda (panjang EF).

5. Arjuna berada di lantai atas gedung paling tinggi yang memiliki tinggi bangunan 120 meter. Dia melihat mobil berwarna hijau dan mobil berwarna merah. Jika gedung tempat Arjuna berada terletak segaris dengan kedua mobil, maka jarak mobil hijau dan mobil merah adalah ...

Ayo Berefleksi

Berdasarkan beberapa aktivitas yang telah kalian lakukan terkait menemukan konsep Teorema Pythagoras, berikan jawaban dan penjelasan pada beberapa pertanyaan di bawah ini.

1. Apakah bilangan kuadrat dan akar kuadrat suatu bilangan merupakan bilangan dasar yang menentukan terbentuknya Teorema Pythagoras? Jelaskan.
2. Bagaimana bentuk hubungan dari setiap sisi pada segitiga siku-siku? Apakah dari hubungan tersebut dapat dikaitkan dengan Teorema Pythagoras? Jelaskan .
3. Bagaimana langkah kalian menentukan hipotenusa dari suatu segitiga siku-siku jika diketahui kedua sisi yang lain dari segitiga tersebut? Jelaskan.

B. Tripel Pythagoras

Ayo Bereksplorasi

Pada setiap pembuatan struktur atap menggunakan genting seperti bangunan rumah di pedesaan ataupun perkotaan, sebagian besar menggunakan siku-siku sebagai pedoman supaya atap yang dibangun bisa kuat dan kokoh, seperti yang ditunjukkan pada kerangka atap di bawah ini.

Gambar 2.5 Struktur Kerangka Atap pada Suatu Bangunan

Kerangka atap yang sudah dipasang dan dinaikkan di atas bangunan, seperti pada Gambar 2.5. dapat dilihat bahwa kerangka sudah membentuk sudut siku-siku, utamanya pada kerangka yang diberi label kuning. Proses pembuatan siku-siku tersebut, tukang bangunan pastinya memiliki ukuran yang spesifik menggunakan kelompok bilangan yang pasti menghasilkan siku-siku. Misalnya, $6\ cm$, $8\ cm$, dan $10\ cm$. Apakah kalian mengetahui kelompok bilangan tersebut? Apakah kalian sependapat dengan pernyataan tukang bangunan tersebut.

Kebalikan Teorema Pythagoras

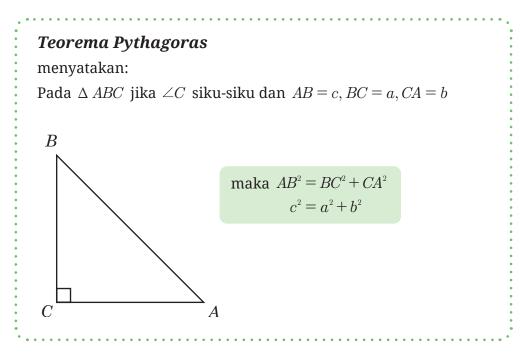
Sebelum membahas lebih detail terkait tripel Pythagoras, kita perlu mengingat kembali terkait Teorema Pythagoras. Hal ini dikarenakan bahwa terdapat kebalikan dari Teorema Pythagoras yang juga sering digunakan dalam menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari.

Pada kegiatan Ayo Bereksplorasi terdapat kondisi bahwa tukang membuat ukuran yang digunakan untuk membentuk dasar pondasi tepat siku-siku. Kegiatan tukang tersebut berarti memanfaatkan kebalikan dari Teorema Pythagoras.

Teorema Pythagoras

menyatakan:

Pada $\Delta\ ABC$ jika $\angle C$ siku-siku dan $AB = c, BC = a, CA = b$

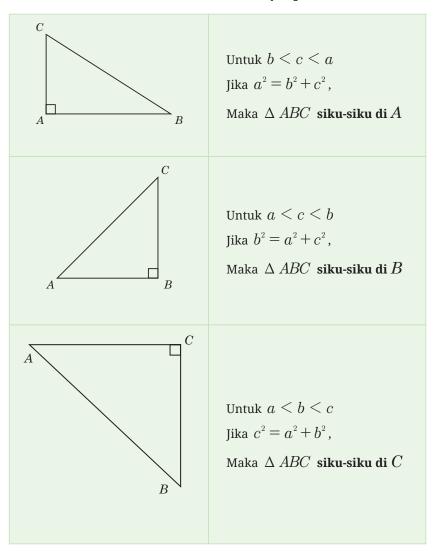
maka $AB^2 = BC^2 + CA^2$

$c^2 = a^2 + b^2$

Pada kebalikan dari teorema Pythagoras dapat dinyatakan bahwa dalam ΔABC, jika $c^2 = a^2 + b^2$, maka $\angle C$ siku-siku.

Dengan demikian, dapat disimpulkan hal berikut ini.

Pada ΔABC, apabila a, b, dan c adalah sisi-sisi dihadapan sudut A, B, dan C maka berlaku kebalikan Teorema Pythagoras, yaitu:

Tabel 2.1 Kebalikan Teorema Pythagoras

Gambar	Keterangan
C, A, B	Untuk $b < c < a$ Jika $a^2 = b^2 + c^2$, Maka ΔABC **siku-siku di** A
C, A, B	Untuk $a < c < b$ Jika $b^2 = a^2 + c^2$, Maka ΔABC **siku-siku di** B
C, A, B	Untuk $a < b < c$ Jika $c^2 = a^2 + b^2$, Maka ΔABC **siku-siku di** C

Sehingga, tiga bilangan a, b, c dengan $a < b < c$ dikatakan tripel Pythagoras jika memenuhi hubungan persamaan $c^2 = a^2 + b^2$.

Berdasarkan hubungan antara c^2 dengan $(a^2 + b^2)$ dan kebalikan dari Teorema Pythagoras maka dapat digunakan untuk menentukan apakah suatu segitiga termasuk segitiga siku-siku atau tidak. Sebagai pembuktian lakukan kegiatan berikut.

Alat dan bahan

1. Kertas berpetak
2. Benang
3. Penggaris
4. Bolpoin
5. Lem

Langkah kerja

1. Siapkan kertas berpetak, kemudian buatlah garis dengan ukuran 6 kotak satuan, 8 kotak satuan, 10 kotak satuan, 12 kotak satuan, dan 13 kotak satuan.
2. Ambil benang kemudian sesuaikan dengan panjang garis yang sudah dibuat pada langkah sebelumnya, kemudian potong dengan ukuran yang sama.
3. Buatlah segitiga dari tiga benang yang sudah dipotong dengan ukuran 6 kotak satuan, 8 kotak satuan, dan 10 kotak satuan kemudian rekatkan dengan lem pada kertas berpetak.
4. Amati segitiga yang terbentuk dari ketiga benang tersebut. Jenis segitiga apakah yang dapat kalian temukan?
5. Lakukan langkah yang sama seperti pada nomor 3 dan nomor 4 dengan ukuran potongan benang 8 kotak satuan, 12 kotak satuan, dan 13 kotak satuan.
6. Lakukan langkah yang sama seperti pada nomor 3 dan nomor 4 dengan ukuran potongan benang 6 kotak satuan, 8 kotak satuan, dan 12 kotak satuan.

7. Lengkapi tabel berikut.

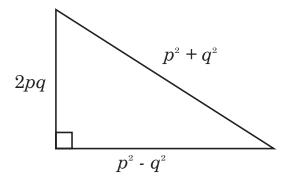
Kegiatan	Ukuran	*Segitiga yang terbentuk	Bentuk Umum
Kegiatan 1	6 kotak satuan, 8 kotak satuan, 10 kotak satuan	Siku-siku/ ~~lancip/ tumpul~~	$c^2 = a^2 + b^2$
Kegiatan 2	8 kotak satuan, 12 kotak satuan, 13 kotak satuan	Siku-siku/ lancip/ tumpul	
Kegiatan 3	6 kotak satuan, 8 kotak satuan, 12 kotak satuan	Siku-siku/ lancip/ tumpul	

**coret pada segitiga yang tidak sesuai*

Ayo Bekerja Sama

Diskusikan dengan teman sebangku kalian untuk menemukan kesimpulan dari kegiatan Ayo Mencoba. Bagaimana bentuk umum segitiga siku-siku, segitiga tumpul dan segitiga lancip?

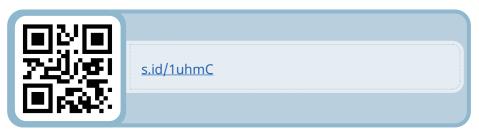
Ayo Menggunakan Teknologi

Humam diberikan tugas oleh gurunya untuk membuat Tangram segitiga siku-siku yang nantinya akan digunakan untuk membuat beberapa bentuk yang menarik. Untuk membuat beberapa potongan kertas yang digunakan sebagai bahan Tangram dia membuat beberapa ukuran potongan membentuk segitiga siku-siku dan membuat daftar ukuran segitiga siku-siku dengan menggunakan aturan yang dipelajari dari buku seperti gambar pada halaman berikut.

Pada gambar di atas diketahui bahwa segitiga siku-siku dengan panjang hipotenusa $p^2 + q^2$ dan panjang sisi siku-siku yang lain adalah $p^2 - q^2$ dan $2pq$. Berdasarkan informasi bahwa panjang segitiga siku-siku tersebut merupakan tripel Pythagoras. Sebagai pembuktian, maka Humam melakukan pengecekan supaya Tangram yang dibuat bisa bagus dan kreatif.

Bantulah Humam untuk mengisi tabel di bawah sebagai upaya menemukan ukuran-ukuran yang nantinya digunakan bagian Tangram dengan mengisi dua sebarang bilangan asli yang dimisalkan p dan q sedemikian sehingga $p > q$. Selanjutnya, hitunglah sesuai dengan contoh sebelumnya dengan tujuan untuk menentukan tiga bilangan yang dibentuk merupakan tripel Pythagoras.

p	q	$p^2 + q^2$	$p^2 - q^2$	$2pq$	**Hubungan**	**Tripel Pythagoras**
2	1	$2^2 + 1^2 = 5$	$2^2 - 1^2 = 3$	$2 \times 2 \times 1 = 4$	$5^2 = 3^2 + 4^2$	5, 3, 4
3	1	$3^2 + 1^2 = 10$	$3^2 - 1^2 = 8$	$2 \times 3 \times 1 = 6$	$10^2 = 6^2 + 8^2$	10, 8, 6
3	2	$3^2 + 2^2 = 13$				
4	1					
4	2					
4	3					
5	1					
5	2					
5	3					
5	4					

Petunjuk:

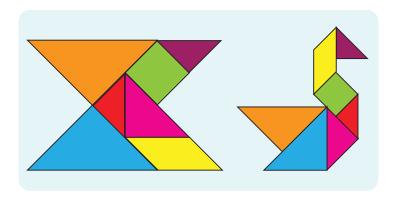
1. Gunakan tautan berikut untuk membantu Humam melengkapi tabel di atas.

2. Sebagai pembuktian tripel pythagoras pada kolom tabel yang paling kanan, manfaatkan tautan berikut.

   Pada tautan di atas, kalian akan dikenalkan dengan bahasa koding. Tampilan pada tautan tersebut merupakan output hasil pengkodingan. Untuk melakukan pembuktian ikuti langkah berikut.

   a. Ketikkan huruf "c". Huruf "c" berarti sebagai sisi miring (sisi terpanjang),
   b. Selanjutnya tekan enter. Maka akan muncul perintah memasukkan nilai "a", ketikkan angka sesuai hasil perhitungan pada kolom $(p^2 - q^2)$
   c. Tekan enter, akan muncul perintah memasukkan nilai "b", ketikkan angka sesuai hasil perhitungan pada kolom $(2pq)$, lalu tekan enter
   d. Terakhir akan muncul hasil perhitungan seperti angka pada kolom $(p^2 + q^2)$. Jika hasilnya tidak sama, maka angka tersebut bukan tripel Pythagoras.

Tahukah Kalian?

Tangram

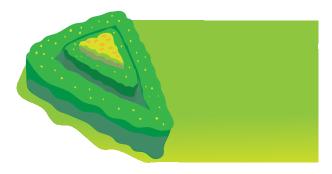
Tangram adalah jenis permainan pola yang terdiri dari tujuh buah atau potongan yang terpisah. Istilah Tangram dapat diartikan sebagai tujuh papan keterampilan. Tujuan dari permainan ini adalah untuk menyusun kembali tujuh buah potongan yang ada menjadi pola atau gambar yang utuh dalam berbagai bentuk sesuai dengan outline atau siluet yang diberikan.

Gambar 2.6 Tangram

Permainan Tangram merupakan cara terbaik untuk meningkatkan kemampuan mental, dan mudah dimainkan serta cocok untuk segala usia. Permainan ini dapat melatih imajinasi untuk membentuk bangun lain seperti bentuk geometris, huruf, angka, perahu, hewan dan benda lain.

Contoh 2.3

Sebagai latihan untuk menambah pemahaman, perhatikan contoh berikut.

1. Putri suka sekali dengan tumbuhan sehingga saat pergi ke suatu tempat selalu memperhatikan taman yang menurutnya bagus. Gambar taman di bawah ini dilihat oleh Putri dan dia berkeinginan untuk membuat seperti taman tersebut di

rumahnya. Taman tersebut berbentuk segitiga, karena di rumahnya tempat kosong untuk taman berbentuk segitiga siku-siku, maka dia ingin membuktikan apakah taman di tempat yang ditemuinya itu juga berbentuk segitiga siku-siku atau bukan. Setelah diukur panjang sisi taman adalah 4 meter, 5 meter, dan 6 meter.

Alternatif penyelesaian

Misalkan sisi terpanjang adalah *c*, maka :

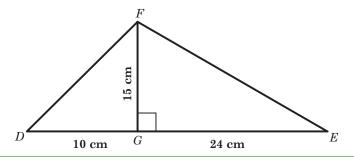
$a = 5\ m, b = 4\ m, dan\ c = 6\ m$

$c^2 = 6^2 = 36$

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= 5^2 + 4^2 \\ &= 25 + 16 \\ &= 41 \end{aligned}$$

Karena $c^2 \neq a^2 + b^2$, maka segitiga tersebut *bukan* segitiga siku-siku.

Nilai $c^2 < a^2 + b^2$, maka segitiga tersebut adalah *segitiga lancip.*

2. Perhatikan gambar berikut.

$DG = 10\ cm, GE = 24\ cm$, dan $FG = 15\ cm$.

a. Hitunglah panjang DF dan EF.

b. Tentukan jenis $\Delta\ DEF$.

Alternatif penyelesaian

a.
$$\begin{aligned}
DF^2 &= DG^2 + GF^2 \\
&= 10^2 + 15^2 \\
DF^2 &= 100 + 225 \\
&= 325 \\
DF &= \sqrt{325} \\
EF^2 &= FG^2 + GE^2 \\
&= 15^2 + 24^2 \\
EF^2 &= 225 + 576 \\
&= 801 \\
EF &= \sqrt{801}
\end{aligned}$$

b. Pada $\Delta\ DEF$, sisi terpanjang adalah DE. Sehingga

$$\begin{aligned}
DE^2 &= (10 + 24)^2 \\
&= 34^2 \\
&= 1156
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
DF^2 + EF^2 &= 325 + 801 \\
&= 1126
\end{aligned}$$

Karena $DE^2 > DF^2 + FE^2$, maka $\Delta\ DEF$ adalah segitiga tumpul di F.

Ayo Berpikir Kritis

Pak Ahmad menyampaikan bahwa bilangan-bilangan yang memenuhi tripel Pythagoras didapat dengan cara lain seperti berikut.

- Pilihlah sebarang bilangan ganjil yang dimisalkan sebagai panjang sisi terpendek dari suatu segitiga

- Gunakan rumus $M = \frac{S^2 - 1}{2}$,

  S = panjang sisi terpendek

  M = sisi tegak lainnya
- Berdasarkan langkah sebelumnya, kalian sudah mendapatkan sisi tegak lain dari suatu segitiga
- Hitunglah panjang hipotenusa menggunakan rumus $c^2 = a^2 + b^2$

Setujukah kalian dengan pak Ahmad? Mengapa aturan tersebut juga hanya berlaku jika sisi terpendeknya adalah bilangan ganjil?

Soal Latihan 2.2

1. Sesuaikan tiga bilangan berikut dengan pasangan yang sesuai apakah termasuk segitiga siku-siku, segitiga lancip, dan segitiga tumpul.

Bilangan		Jenis segitiga
7, 10,12	o	
12, 16, 20	o	o Segitiga siku-siku
120, 110, 50	o	
10, 22, 26	o	o Segitiga lancip
19, 16, 10	o	
2, 5, $\sqrt{29}$	o	o Segitiga Tumpul
17, 15, 8	o	
1,73; 2,23; 1,41	o	

2. Buktikan bahwa diantara kelompok tiga bilangan berikut manakah yang merupakan tripel Pythagoras.

   a. $24, 17, 25$

   b. $7, 13, 11$

   c. $6,\ 2\frac{1}{2},\ 6\frac{1}{2}$

3. **Ayo Berpikir Kreatif**

   Seekor kucing berada di atas genting dan terlihat kebingungan karena tidak bisa turun. Aysha yang melihat kucing tersebut langsung mencari galah dan kemudian diikat dengan keranjang kecil pada ujung galah tersebut. Saat menolong kucing tersebut, Cintia melihat Aysha dan mencoba membantunya untuk mengarahkan galah yang telah diikat keranjang tepat pada titik lokasi kucing pada jarak 4 meter. Jika jarak pandangan Cintia terhadap kucing diperkirakan 5 meter. Tentukan hasil dari pernyataan berikut ini.

   a. Tentukan jarak atap yang ditempati kucing terhadap tanah tempat Aysha berdiri.

   b. Tentukan panjang galah yang digunakan Aysha menolong kucing, jika tinggi Aysha $165\ cm$.

4.

   Kusen jendela yang berbentuk persegi panjang memiliki tinggi $40{,}8\ cm$ dan panjang $30{,}6\ cm$, serta panjang salah satu diagonalnya $52{,}5\ cm$. Apakah kusen jendela benar-benar persegi panjang? Jelaskan.

5. Jika $(p - q)$, p, $(p + q)$ membentuk tripel Pythagoras,
   a. Tentukan hubungan antara p dan q.
   b. Jika $p = 12$, tentukan tripel Pythagoras.

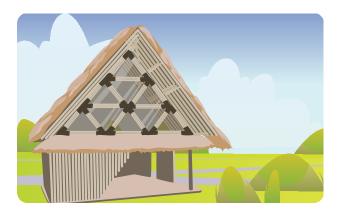
Ayo Berefleksi

Berdasarkan beberapa aktivitas yang telah kalian lakukan terkait tripel Pythagoras, berikan penjelasan pada beberapa pertanyaan di bawah ini.

1. Apakah bilangan kuadrat dan akar kuadrat suatu bilangan merupakan bilangan dasar yang menentukan terbentuknya Teorema Pythagoras? Jelaskan.
2. Bagaimana bentuk hubungan dari setiap sisi pada segitiga siku-siku? Apakah dari hubungan tersebut dapat dikaitkan dengan Teorema Pythagoras? Jelaskan.

C. Segitiga Istimewa

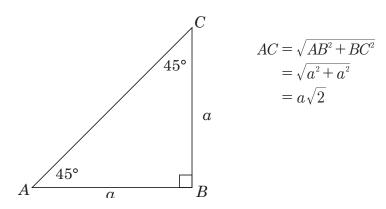
Ayo Bereksplorasi

Pada bangunan minimalis seperti gambar di bawah, biasanya menggunakan kerangka segitiga yang memiliki ukuran sisi miring sama, baik dari sisi miring kanan dan kiri.

Gambar 2.7 Rumah Segitiga Minimalis

Berdasarkan gambar di atas diketahui bahwa bingkai yang menyangga kaca pada sisi depan atap berbentuk segitiga istimewa. Jika diperhatikan dengan baik, segitiga istimewa pada bingkai kaca di atas berbentuk segitiga siku-siku sama kaki. Menggunakan aturan Teorema Pythagoras kalian akan dapat menentukan panjang dari ketiga sisi bingkai tersebut. Bagaimana kalian dapat menentukan ciri khusus dari segitiga siku-siku samakaki? Jika Anda hanya mengetahui satu sisi segitiga sama kaki, bagaimana cara menghitung panjang salah satu sisi segitiga siku-siku sama kaki?

Pembahasan

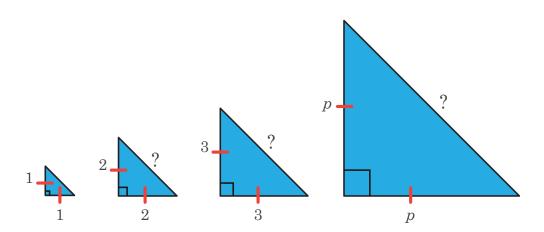
Segitiga siku-siku sama kaki adalah segitiga istimewa yang ukuran ketiga sudutnya adalah $45° - 45° - 90°$. Semua segitiga siku-siku sama kaki adalah setengah persegi. Segitiga ABC di samping memiliki sisi siku-siku AB dan BC serta sisi miring AB. Diketahui bahwa sisi AB = $BC = a$ maka panjang sisi miringnya adalah

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{AB^2 + BC^2} \\ &= \sqrt{a^2 + a^2} \\ &= a\sqrt{2} \end{aligned}$$

Berdasarkan perhitungan di atas diperoleh perbandingan sisi-sisinya adalah

$$AB : BC : AC = a : a : a\sqrt{2}$$

Sehingga, pada segitiga istimewa dengan sudut $45°$, $90°$, dan $45°$ memiliki panjang sisi miring $\sqrt{2}$ kali panjang dari sisi yang lain.

Ayo Mencoba

Sebagai pembuktian pada kegiatan sebelumnya, gunakan Teorema Pythagoras untuk menentukan panjang sisi hipotenusa setiap segitiga siku-siku sama kaki pada gambar di bawah. Kemudian sederhanakan setiap bentuk akar kuadratnya.

Salin dan lengkapi tabel berikut dengan melihat gambar sebelumnya.

Panjang sisi siku-siku	1	2	3	4	5	6	...	10	...	p
Panjang hipotenusa	$\sqrt{2}$				$5\sqrt{2}$					

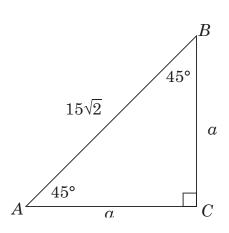
Perhatikan panjang hipotenusa setiap kolom yang telah kalian lengkapi. Bagaimanakah pola yang terbentuk dari panjang sisi siku-siku dan panjang sisi miring pada segitiga siku-siku sama kaki di atas?

Contoh 2.4

Diketahui suatu segitiga siku-siku sama kaki $\Delta\, ABC$ dengan $\angle C = 90°$ dan $AB = 15\sqrt{2}\ cm$. Hitunglah panjang AC.

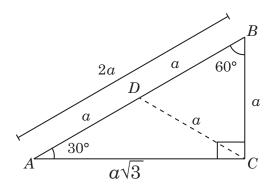
Alternatif penyelesaian

Diketahui:

Berikut segitiganya

$AC : CB : AB = 1 : 1 : \sqrt{2}$, Karena $AC = CB$

maka
$$AC : AB = 1 : \sqrt{2}$$
$$AC : 15\sqrt{2} = 1 : \sqrt{2}$$
$$AC \times \sqrt{2} = 1 \times 15\sqrt{2}$$
$$AC = \frac{15\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$
$$AC = 15\ cm$$

Ayo Berpikir Kreatif

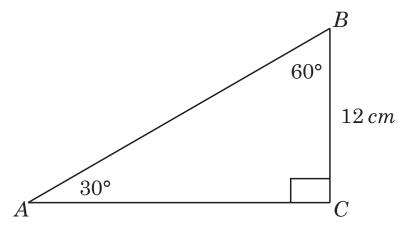
Perhatikan gambar dibawah ini.

Segitiga ABC siku-siku di C dengan sisi miring AB dan sisi siku-sikunya AC dan BC, serta $\angle A = 30°$, $\angle C = 90°$, $\angle B = 60°$ Kalian coba buktikan bahwa pada segitiga siku-siku yang sudut-sudutnya $30°$ dan $60°$, perbandingan sisi terpendek dan sisi lainnya adalah $1 : 2 : \sqrt{3}$

Contoh 2.5

Pada ΔABC, $\angle B = 60°$ dan $\angle A = 30°$. Panjang $BC = 12\ cm$, hitunglah panjang:

a. AC

b. AB

Alternatif penyelesaian

Menggunakan perbandingan pada segitiga istimewa yaitu panjang sisi miring adalah 2 kali sisi terpendek dan panjang sisi lainnya adalah $\sqrt{3}$ kali sisi terpendek.

a. $\frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{1}$

$\frac{AC}{12} = \frac{\sqrt{3}}{1}$

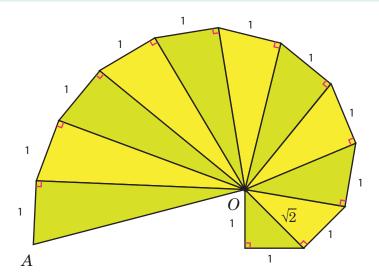
$AC = 12\sqrt{3}$

b. $\frac{AB}{BC} = \frac{2}{1}\ cm$

$\frac{AB}{12} = \frac{2}{1}$

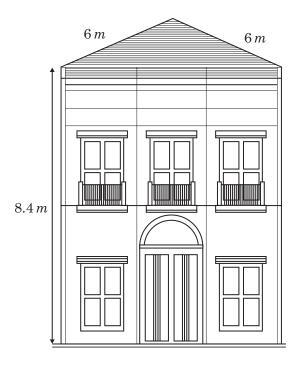
$AB = 24\ cm$

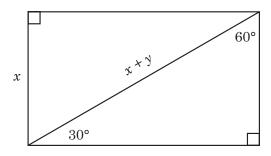
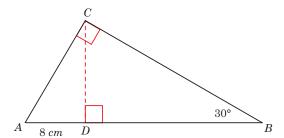
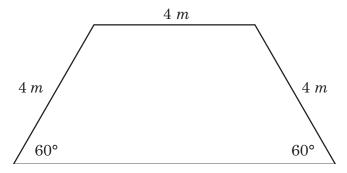
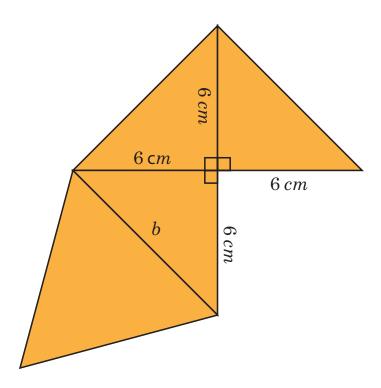
Ayo Bekerja Sama

Gambar di bawah ini merupakan Theodorus yang diberi nama berdasarkan nama pembuatnya yaitu Theodore dari Kirene. Theodore adalah orang yang memiliki pendapat yang sama dengan Pythagoras. Gambar Roda Theodorus dimulai dengan segitiga siku-siku dengan panjang kedua sisinya adalah 1 satuan panjang dan bergerak berlawanan arah jarum jam yang ditunjukkan seperti gambar berikut.

Gambar 2.8 Roda Theodorus

Coba kalian perhatikan gambar di atas, selanjutnya diskusikan dengan teman kalian dalam satu kelompok untuk membuktikan panjang hipotenusa setiap segitiga yang terbentuk, sehingga kalian akan menemukan panjang AO pada segitiga siku-siku terakhir dari Roda Theodorus di atas.

Soal Latihan 2.3

1. Berikut ditunjukkan gambar rencana bangun rumah yang sedang dikerjakan oleh Amri sebagai seorang arsitek yang terlihat tampak depan.

Tentukan tinggi atap rumah di atas, jika lebar rumah adalah 6.4 meter.

2. Bagaimana kalian dapat menemukan nilai x dan y pada bangun datar berikut.

3. Perhatikan gambar segitiga siku-siku ABC di samping. Tentukan
   a. Keliling segitiga ABC.
   b. Tentukan luas segitiga ABC.

4. Suatu tembok pembatas berbentuk trapesium akan di cat dasar untuk diberikan gambar mural. Jika dalam satu kaleng cat dapat digunakan mengecat untuk $1,5\, m^2$ dengan harga Rp. 22.500,00. Tentukan biaya yang harus dihabiskan untuk mengecat tembok tersebut. $(\sqrt{3} = 1,73)$

5. Perhatikan gambar jaring-jaring piramida segitiga berikut.
   a. Tentukan panjang b.
   b. Berapakah luas permukaan piramida segitiga tersebut?

D. Penerapan Teorema Pythagoras

Pemanfaatan Teorema Pythagoras sering kali kita jumpai dalam kehidupan sehari-hari, mulai dari aktivitas yang membantu pekerjaan dan juga aktivitas bermain yang dilakukan oleh anak-anak.

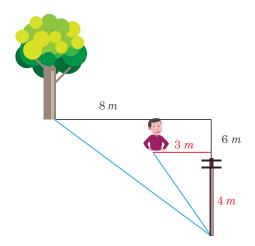
Ayo Bereksplorasi

Permainan Bentengan atau Rerebonan merupakan permainan yang dimainkan oleh dua kelompok penawan dan tertawan. Masing-masing kelompok terdiri atas empat hingga delapan orang. Lalu, memiliki satu tempat sebagai markas. Markas atau 'benteng' bisa berupa sebuah tiang, pohon, atau pilar.

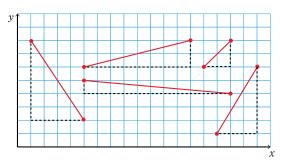
Gambar 2.9 Anak-anak sedang bermain Bentengan atau Rerebonan

Apakah kalian pernah bermain *bentengan*? Jika Kalian berada 4 meter sebelah utara dan 3 meter sebelah timur dari benteng kalian. Benteng lawan kalian berada di 6 meter sebelah utara dan 8 meter sebelah timur dari benteng kalian. Bagaimanakah menentukan jarak kalian dengan benteng lawan kalian? Masalah ini bisa kalian selesaikan dengan menggunakan Teorema Pythagoras. Namun sebelumnya kalian pelajari terlebih dahulu kegiatan ini.

Pembahasan

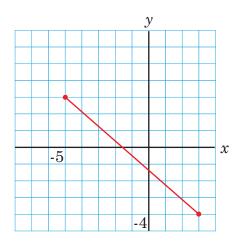
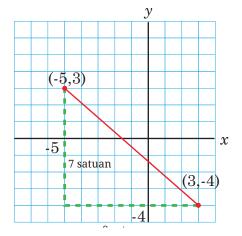
Berdasarkan kegiatan eksplorasi di atas kalian dapat ketahui melalui visualisasi gambar berikut.

Titik awal yang digunakan untuk perhitungan adalah titik tumpu tiang pada tanah. Sehingga jarak antara titik awal dengan posisi kalian, serta jarak antara titik awal ke pohon sebagai daerah lawan yaitu titik tumpu pohon pada tanah dapat dihitung, bisa dengan memanfaatkan tripel Pythagoras.

Jarak antara dua titik

Perhatikan Gambar 2.10. Setiap ruas garis yang tidak sejajar dengan sumbu-x maupun sumbu-y adalah hipotenusa dari segitiga siku-siku dari dua sisi yang sejajar dengan sumbu-x dan sumbu-y. Sehingga kalian bisa menentukan jarak dua titik pada bidang kartesius dengan menggunakan Teorema Pythagoras.

Gambar 2.10 Ilustrasi ruas garis yang membentuk Segitiga Siku-siku

Untuk mengukur panjang ruas garis yang menghubungkan dua titik pada bidang koordinat, kita dapat menggambar titik-titik tersebut. Setelah itu, kita menentukan panjang setiap ruas garis. Namun, bagaimana jika titik-titik yang diketahui tidak memungkinkan untuk diplotkan pada bidang kartesius? Misalkan, diminta untuk menentukan jarak antara titik $A(-5, 3)$ dan $B(3, -4)$. Bagaimana kita dengan mudah menentukan jarak dua titik pada bidang kartesius?

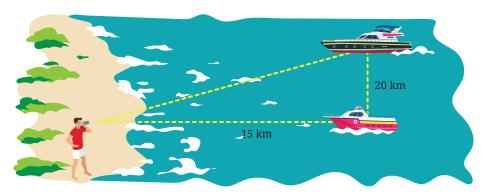
Untuk menyelesaikan masalah di atas, lakukan kegiatan di bawah terlebih dahulu bagaimana menentukan jarak titik antara dua titik.

1. Gambar kedua titik A dan B pada bidang kartesius. Tarik garis sehingga menghubungkan kedua titik. Gambar yang kalian buat akan tampak sama seperti pada gambar di bawah.

2. Pada gambar di poin (1) Apabila ditarik garis dari titik (-5, 3) dan (3, -4) yang sejajar dengan sumbu-x dan sumbu-y, maka kita bisa melihat suatu segitiga siku-siku dengan panjang sisi tegaknya adalah 7 satuan dan 8 satuan. Sehingga, kita bisa menggunakan Teorema Pythagoras untuk menentukan jarak kedua titik tersebut.

Berdasarkan gambar di atas, dan menerapkan Teorema Pythagoras jarak kedua titik sebagai sisi miring, berlaku

$$\text{sisi miring} = \sqrt{8^2 + 7^2}$$
$$= \sqrt{64 + 49}$$
$$= \sqrt{113}$$

Sehingga, jarak kedua titik tersebut sebagai sisi miring adalah $\sqrt{113}$ satuan.

Contoh 2.6

Aldo adalah seorang penjaga pantai yang selalu mengawasi kondisi pantai dan juga perahu-perahu yang akan bersandar di sekitaran pantai.

Suatu hari Aldo melihat dua perahu, yaitu perahu wisata dan perahu nelayan, seperti yang ditunjukkan pada gambar. Jika kecepatan rata-rata kedua perahu untuk mendekati pantai adalah 30 km/jam, tentukan selisih waktu yang ditempuh kedua perahu tersebut untuk mendekati pantai.

Alternatif penyelesaian

Berdasarkan gambar diketahui bahwa jarak Aldo dan perahu nelayan adalah 15 km, kemudian jarak kedua perahu adalah 20 km. Pada gambar juga diketahui bahwa jarak antara Aldo, perahu wisata dan perahu nelayan membentuk suatu segitiga siku-siku. Sehingga berlaku aturan dalam Teorema Pythagoras.

Menemukan jarak Aldo dengan perahu wisata.

$$\begin{aligned}\text{Jarak Raja dengan Perahu Wisata} &= \sqrt{15^2 + 20^2}\\ &= \sqrt{225 + 400}\\ &= \sqrt{625}\\ &= 25\ km\end{aligned}$$

Dengan kecepatan 30 km/jam, maka waktu yang dibutuhkan untuk menempuh perjalanan perahu wisata menuju tempat Aldo adalah

$$\begin{aligned}\text{perjalanan perahu wisata} &= \frac{25}{30}\\ &= 0{,}83\ jam\end{aligned}$$

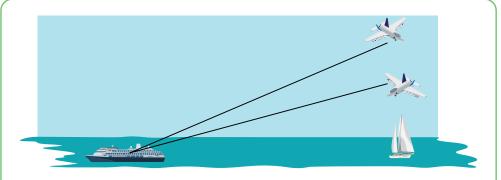
0,83 *jam* itu setara dengan 50 menit.

Perjalanan perahu nelayan menuju tempat Aldo adalah

$$\begin{aligned}\text{perjalanan perahu nelayan} &= \frac{15}{30}\\ &= 0{,}5\ jam\end{aligned}$$

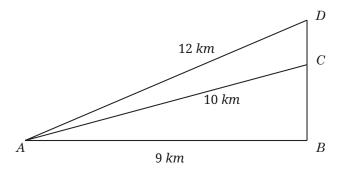
0,5 *jam* itu setara dengan 30 menit.

Dengan demikian, selisih antara perjalanan perahu wisata dan perahu nelayan menuju tempat Aldo adalah 50 − 30 = 20 *menit.*

Contoh 2.7

Dua pesawat sedang terbang melintasi kapal induk. Suatu radar yang berlokasi sejauh 9 *km* dari kapal induk mendeteksi bahwa

posisi kedua pesawat tempur tersebut berjarak 10 *km* dan 12 *km* dari radar. Tentukan jarak kedua pesawat diukur berdasarkan ketinggiannya.

Alternatif penyelesaian

Perhatikan bahwa masalah di atas bisa digambarkan seperti berikut.

Berdasarkan gambar di atas, jarak kedua pesawat yang dimaksud adalah panjang CD.

Untuk menentukan panjang CD, terlebih dahulu kita akan menentukan panjang BC dan BD.

Berdasarkan Teorema Pythagoras,

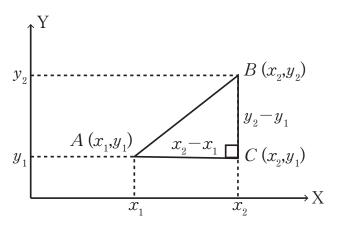
$$\begin{aligned} BC^2 &= AC^2 - AB^2 \\ &= 10^2 - 9^2 \\ &= 100 - 81 \\ &= 19 \\ BC &= \sqrt{19} \approx 4,35 \\ BD^2 &= AD^2 - AB^2 \\ &= 12^2 - 9^2 \\ &= 144 - 81 \\ &= 63 \\ BD &= \sqrt{63} \approx 7,93 \end{aligned}$$

Maka $DC = BD - BC = 7,93 - 4,35 = 3,58$

Sehingga jarak kedua pesawat tersebut adalah $3,58\ km$.

Pengayaan

E. Rumus Jarak

Perhatikan gambar berikut.

Memperhatikan gambar di atas, dapat diketahui bahwa ABC merupakan segitiga siku-siku dengan koordinat $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, dan $C(x_2, y_1)$. AC, AB, dan BC merupakan sisi-sisi segitiga, dengan sisi $AC = x_2 - x_1$ dan $BC = y_2 - y_1$. Karena segitiga ABC adalah segitiga siku-siku, maka berlaku Teorema Pythagoras, sehingga jarak AB dapat diketahui menggunakan aturan berikut.

$$B^2 = AC^2 + BC^2$$
$$= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$
$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Berdasarkan aturan di atas, Jelaskan beberapa pernyataan berikut.

a. Apakah aturan di atas terbukti berlaku untuk menentukan hipotenusa dari suatu segitiga siku-siku.

b. Diketahui titik $A(-2, -1)$ dan $B(3, 11)$ Bagaimana panjang AB

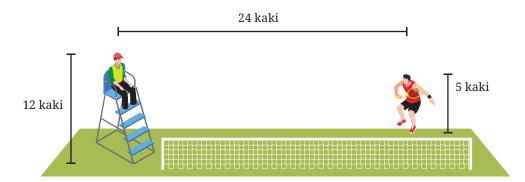
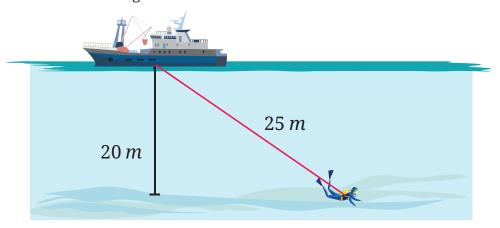
c. Pada koordinat kartesius terdapat koordinat negatif, apakah aturan di atas juga berlaku pada korrdinat titik yang semuanya negatif? Jelaskan.

Soal Latihan 2.4

1. Diketahui ΔABC dengan titik-titik A(−1, 3), B(4, −2), dan C(1, −5). Apakah segitiga ABC merupakan segitiga siku-siku? Jelaskan.

2. Kalian diminta guru untuk menentukan jarak antara dua titik yaitu (4, 2) dan (7, 6). Jika kalian menggunakan titik (4, 2) sebagai (x_1, y_1), sedangkan teman kalian menggunakan titik (7, 6) sebagai (x_1, y_1). Berdasarkan analisis kalian apakah hasil yang kalian temukan sama? Jelaskan.

3. Aldo dan Arjuna berdiri saling membelakangi untuk main tembak-tembakan pistol bambu. Aldo berjalan 20 langkah ke depan kemudian 15 langkah ke kanan. Pada saat yang sama, Arjuna juga berjalan 16 langkah ke depan kemudian 12 langkah ke kanan. Pada titik terakhir, mereka berdua saling menembak.
   a. Gambar situasi di atas dengan menggunakan bidang kartesius.
   b. Berapa langkah jarak kalian berdua saat mereka saling menembak?

4. Seorang atlet tenis mengajukan pertanyaan kepada wasit. Suara atlet mampu didengar wasit hanya pada jarak maksimum 30 kaki. Berdasarkan posisi wasit dan atlet tenis pada gambar berikut, dapatkah wasit mendengar suara sang atlet? Jelaskan jawaban kalian.

5. Humam merupakan penyelam yang peduli terhadap lingkungan. Suatu ketika dia dan timnya akan melakukan penanaman karang untuk memperbaiki terumbu karang yang rusak. Kondisi Humam jika didokumentasikan ditunjukkan seperti gambar di bawah. Jika laut yang diselami adalah 20 meter dan dasarnya datar. Berapa luas dasar laut yang dapat dicapai oleh Humam untuk menanam terumbu karang?

Uji Kompetensi Bab 2

A. Pilihlah jawaban pada soal berikut dengan jawaban yang benar dan tepat

1. Suatu segitiga siku-siku memiliki panjang hipotenusa 34 cm dan salah satu sisi siku-siku adalah 16 cm. Panjang sisi siku-siku lainnya adalah ...

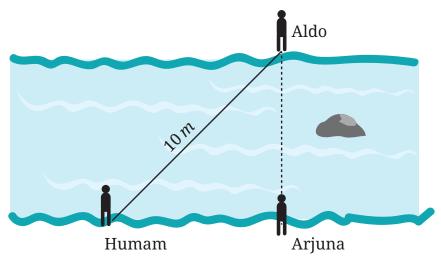
   a. 30 *cm* c. 31 *cm*
   b. 29 *cm* d. 21 *cm*

2. Panjang sisi-sisi siku-siku pada suatu segitiga siku-siku adalah 7 cm dan 6 cm. Panjang hipotenusanya adalah ...

   a. 8,2 c. 7,2
   b. 9,2 d. 6,2

3. Pengrajin kayu akan membuat hiasan dinding berbentuk segitiga siku-siku dengan salah satu sudutnya adalah 30°. Panjang sisi di depan sudut 30° adalah 60 cm. Panjang hipotenusanya adalah ...

   a. 120 cm
   b. 80 cm
   c. $60\sqrt{3}$
   d. $120\sqrt{3}$

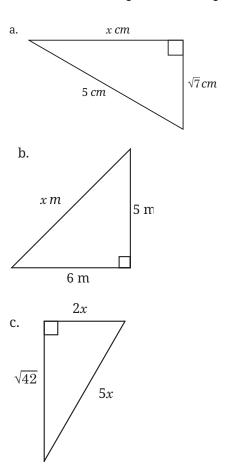
4. Humam, Arjuna, dan Aldo mencoba mengukur lebar sungai. Ilustrasi ditunjukkan melalui gambar di bawah

   Jika jarak Humam dan Arjuna 6 m, maka lebar sungai tersebut adalah ...

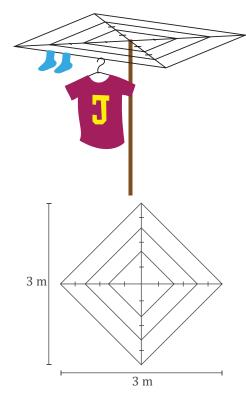
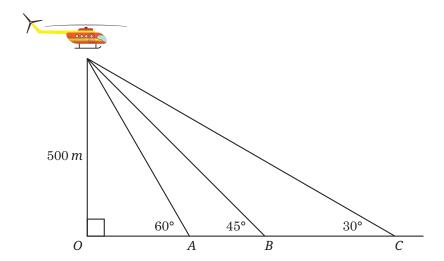
   a. 7 m
   b. 6 m
   c. 8 m
   d. 9 m

5. Suatu segitiga dikatakan segitiga siku-siku jika panjang ketiga sisinya berturut-turut adalah ...

   a. 3 cm, 5 cm, dan 6 cm
   b. 7 cm, 8 cm, dan 12 cm
   c. 5 cm, 12, cm, dan 15 cm
   d. 8 cm, 15 cm, dan 17 cm

B. Kerjakan soal-soal berikut dengan benar

1. Tentukan nilai x pada beberapa gambar di bawah ini.

2. Sudut yang dibentuk oleh diagonal sebuah persegi panjang dan sisi terpendeknya adalah 60°. Tentukan luas persegi panjang tersebut jika panjang diagonalnya 12 cm.

3. Andi sedang membantu Ibunya untuk membuat tempat jemuran pakaian. Jika bentuk jemuran yang diinginkan Andi ditunjukkan seperti gambar berikut. Berapa panjang tali keseluruhan yang dibutuhkan Andi untuk membuat jemuran pakaian tersebut?

4. Sebuah helikopter pengamat sedang melihat ke beberapa objek yang ada di bawahnya dengan ketinggian 500 m di atas permukaan tanah. Objek yang dilihat oleh helikopter tersebut diberi nama titik A, titik B, dan titik C. $(\sqrt{3} = 1,73)$

Berdasarkan ilustrasi gambar dan informasi sebelumnya, tentukanlah

a. Jarak OA

b. Jarak AB

c. Jarak BC

5. Diketahui suatu tangga yang disandarkan pada tembok. Titik ujung dan pangkal tangga masing-masing A dan B. Jika ujung tangga (A) terhadap tembok adalah 160 cm dan panjang tangga 200 cm. Tentukan tinggi tembok tersebut (dalam meter).

Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi
Republik Indonesia, 2022

Matematika untuk SMP/MTs Kelas VIII

Penulis: Mohammad Tohir, dkk.
ISBN: 978-602-427-919-6 (Jil.2)

Bab 3

PERSAMAAN LINIER DAN PERTIDAKSAMAAN LINIER SATU VARIABEL

Mengapa dibutuhkan suatu persamaan dan pertidaksamaan?

Pengantar bab

Gambar 3.1 Kebun Apel di kota wisata Batu – Jawa Timur

Apakah kalian pernah mengunjungi kebun apel sekaligus memetik buahnya? Kemungkinan ada yang pernah dan ada yang belum. Secara tidak sadar ketika kalian mengelilingi kebun apel dan berjalan sepanjang kebun untuk mengetahui ukuranya, maka kalian akan dapat menemukan keliling dan luas kebun apel tersebut. Selain itu, kalian juga akan mengetahui harga 1 ton apel, jika harga 1 *kg* apel dari hasil panen adalah Rp. 7.000,00. Solusi dari penyelesaian seperti ilustrasi di atas merupakan penerapan dari persamaan linier satu variabel dalam kehidupan sehari-hari.

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajarai bagian ini, kalian diharapkan dapat:

√ Menemukan kebenaran dari sebuah kalimat, baik kalimat terbuka atau tertutup

- √ Membuat simulasi untuk memodelkan kalimat terbuka dan tertutup
- √ Memodelkan masalah matematika yang berkaitan dengan persamaan dan pertidaksamaan linier satu variabel
- √ Menentukan solusi persamaan dan pertidaksamaan linier satu variabel menggunakan aturan penjumlahan dan pengurangan
- √ Menentukan solusi persamaan dan pertidaksamaan linier satu variabel menggunakan aturan perkalian dan pembagian
- √ Memecahkan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan persamaan linier satu variabel
- √ Memecahkan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan pertidaksamaan linier satu variabel

Pertanyaan Pemantik

- Bagaimana saja bentuk kalimat terbuka dan tertutup?
- Apakah memungkinkan mengubah suatu pernyataan dalam bentuk model matematika?
- Berapa nilai variabel pada persamaan dan persamaan linier variabel?
- Apakah ada perbedaan antara hasil penyelesaian bentuk persamaan dan pertidaksamaan linier variabel?

Kata Kunci

- Kalimat terbuka dan tertutup
- Model matematika
- Persamaan linier
- Pertidaksamaan linier

Peta Konsep

Persamaan dan Pertidaksamaaan Linier Satu Variabel
Pernyataan
Persamaan Linier Satu Variabel
Pertidaksamaan Linier Satu Variabel
Kalimat Terbuka
Kalimat Tertutup
Pengertian Persamaan Linier Satu Variabel
Pengertian Pertidaksamaan Linier Satu Variabel
Penyelesaian Persamaan Linier Satu Variabel
Penyelesaian Pertidaksamaan Linier Satu Variabel
Penerapan Persamaan Linier Satu Variabel dalam Kehidupan sehari-hari

Ayo Mengingat Kembali

Pada materi tentang bentuk aljabar pada kelas VII sebelumnya, kalian sudah belajar terkait ekspesi bentuk aljabar seperti bentuk $2x + 5$

- ***Variabel*** adalah huruf atau simbol yang digunakan untuk menyatakan suatu besaran atau nilai yang tidak diketahui dan nilainya dapat berubah.
- ***Koefisien*** adalah bilangan yang mewakili pengali variabel.
- ***Konstanta*** adalah bilangan yang memiliki nilai tetap.

A. Memahami Konsep Persamaan Linier Satu Variabel

Operasi penghitungan aljabar menjadi informasi dasar yang harus dipahami terlebih dahulu. Selain itu, konsep-konsep di bagian ini akan berguna untuk berbagai hal, utamanya digunakan untuk memecahkan masalah di bagian selanjutnya dan menyelesaikan permasalahan nyata dalam kehidupan sehari-hari. Sebelum memahami konsepnya, coba perhatikan kegiatan eksplorasi berikut ini.

Ayo Bereksplorasi

Perhatikan percakapan antara dua siswa, Humam dan Aldo, yang sedang tanya jawab tebak-tebakan di halaman berikut ini.

Humam : "Aldo, Siapakah presiden ketiga Republik Indonesia?"

Aldo : "Itu pertanyaan sederhana, Mam. Presiden ketiga RI ini adalah Bapak BJ Habibie."

Humam : "Mantab, Apakah kamu tahu nama lengkapnya?"

Aldo: : Nama lengkapnya adalah "Prof. Dr. Ir. H. B.J. Habibi, kurang lebih, begitu. Sekarang giliranku, siapakah WR. Supratman?"

Humam : "WR. Supratman adalah pencipta lagu kebangsaan Indonesia Raya dan dinyanyikan saat ikrar sumpah pemuda".

Aldo : "Jawabanmu luar biasa, Mam. Bagaimana kalau sekarang, pertanyaan tentang matematika, karena katanya kamu pandai matematika. "Suatu bilangan jika dikalikan tiga dan kemudian dikurangi dengan lima sama dengan sepuluh. Bilangan berapakah itu?"

Humam : "Ehmm, sebentar Al. Bilangan yang kamu maksud adalah 5, bukan? 5 dikali 3, lalu dikurangi 5 sama dengan 10. Benar kan? Sekarang giliranku untuk bertanya kepadamu yang kata bu guru selalu mendapat nilai memuaskan. Bilangan yang dikalikan dengan tiga perempat kemudian dikurangi dengan kelipatannya dan ditambah satu sama dengan enam. Bilangan berapakah itu?"

Aldo : "Ohh, curang kamu Mam, sulit sekali pertanyaanmu. Tapi tenang, saya hitung bilangan yang ada dalam pikiranmu adalah empat. Karena 4 dikalikan dengan $\frac{3}{4}$, kemudian dikurangi dengan 2 kali 4 serta ditambah 1, maka hasilnya empat. Benarkah tebakanku?

Humam : "Itu hampir benar. Jawaban yang benar adalah negatif empat (-4)."

Aldo : "Sama sajalah, tidak cukup buruk jawabanku."

Simak percakapan Humam dan Aldo di atas. Berdasarkan beberapa pernyataan yang diungkapkan oleh mereka, kita dapat membaginya menjadi tiga kategori, yaitu.

1. Kalimat yang belum dapat diterima nilai kebenarannya
    - Siapa Presiden ketiga Republik Indonesia?
    - Siapakah WR. Supratman?
    - Bilangan dikalikan tiga dan kemudian dikurangi dengan lima sama dengan sepuluh.
    - Bilangan yang dikalikan dengan tiga perempat kemudian dikurangi dengan kelipatan angka dan angka yang sama dengan enam ditambahkan.

    Beberapa kalimat di atas merupakan pernyataan yang tidak dapat dianggap **benar** atau **salah**. Coba jelaskan! Mengapa?
2. Pernyataan yang bernilai Benar
    - Presiden ketiga Republik Indonesia adalah Prof. Dr. Ir H. B. J. Habibie.
    - Pencipta lagu Indonesia Raya adalah WR. Supratman.
    - 5 dikali 3, lalu dikurangi 5 sama dengan 10.
3. Pernyataan yang bernilai Salah
    - 4 dikalikan dengan $\frac{3}{4}$, kemudian dikurangi dengan 2 kali 4 serta ditambah 1, maka hasilnya empat.

Pernyataan (2) dan Pernyataan (3) adalah kelompok pernyataan pesan (deklaratif) yang hanya dapat dinyatakan benar atau salah, tetapi tidak keduanya. Kalimat yang hanya dapat dikatakan benar atau salah disebut kalimat tertutup.

Perhatikan beberapa kalimat berikut:

1. Bilangan prima terkecil adalah 3.
2. Jika a adalah bilangan asli, maka $2a + 6$ adalah bilangan ganjil.
3. Empat merupakan bilangan ganjil.
4. Jayapura merupakan ibu kota provinsi Papua.
5. Pegunungan Lantimojong berada di Sulawesi Utara.

Berdasarkan beberapa kalimat di atas, mana yang termasuk pernyataan benar atau salah?

1. Menentukan Kalimat Terbuka dan Tertutup

Gambar 3.2 Peta Indonesia

Perhatikan pada Gambar 3.2. peta Indonesia dapat diketahui bahwa Negara Indonesia memiliki banyak daerah dan beberapa pulau yang penduduknya beraneka ragam, tetapi memiliki tujuan yang sama seperti semboyan Bhinneka Tunggal Ika. Selanjutnya, coba perhatikan beberapa kalimat di bawah ini.

(1). Kota Y adalah ibu kota Pemerintah Darurat Republik Indonesia.

(2). Provinsi S terletak di pulau Kalimantan.

(3). Kota K adalah salah satu ibu kota provinsi di pulau Sulawesi.

(4). Dua ditambah a sama dengan delapan.

(5). $p + 28 = 40$

(6). $x + 4 = 20$

Berdasarkan beberapa kalimat di atas, dapatkah kalian menentukan nilai kebenarannya?

Kita tidak dapat menentukan nilai kebenaran dari beberapa kalimat di atas. Hal ini dikarenakan masih terdapat unsur-unsur yang belum diketahui nilainya. Sehingga, jika detail dari pernyataan di atas diperinci untuk menemukan kebenarannya, maka beberapa kalimat

di atas dapat diketahui bahwa kalimat (1) menyesuaikan nilai kota Y, kalimat (2) menyesuaikan pada Provinsi S, kalimat (3) sesuai dengan kondisi kota K, kalimat (4) menyesuaikan dengan nilai a, kalimat (5) sesuai dengan nilai p, dan kalimat (6) sesuai dengan nilai x.

Terdapat dua asumsi yang bisa kalian peroleh dari beberapa kalimat di atas. Namun, jika Anda mengubahnya ke dalam bentuk kalimat tertutup, maka kalimat tersebut akan memiliki kesimpulan benar atau salah.

Pembahasan

Jika Y diganti dengan **Bukittinggi**, maka kalimat (1) menjadi kalimat tertutup dan bernilai benar. Tetapi, jika Y diganti dengan **Yogyakarta**, maka kalimat (1) bernilai salah.

Pada kalimat (2), jika S diganti dengan **Pontianak**, maka menjadi kalimat tertutup dan bernilai benar. Namun jika S diganti dengan **Makassar**, maka kalimat tersebut bernilai salah.

Kalimat (3) menjadi kalimat tertutup dan bernilai benar, jika K diganti menjadi **Gorontalo**. Tetapi jika K diganti dengan **Banjarmasin**, maka kalimat tersebut bernilai salah.

Jika a diganti dengan 6, maka kalimat (4) menjadi kalimat tertutup dan bernilai benar. Pada kalimat (4) tersebut, jika dua ditambah a sama dengan 8 dimodelkan dalam bentuk matematika, maka

$$2 + a = 8$$

Nilai a diganti angka 6, menjadi

$$2 + 6 = 8$$
$$8 = 8$$

Namun, jika $a \neq 6$, maka bernilai salah.

Pada kalimat (5), akan menjadi kalimat tertutup dan bernilai benar, jika p diganti dengan 12.

$$p + 28 = 40$$

Nilai p diganti dengan angka 12,

$$12 + 28 = 40$$
$$40 = 40$$

Tetapi, jika $p \neq 12$, maka bernilai salah.

Jika x diganti dengan angka 16, maka kalimat (6) menjadi kalimat tertutup dan bernilai benar. Tetapi, jika $x \neq 16$, maka bernilai salah.

$$x + 4 = 20$$

Nilainya x diganti dengan angka 16,

$$16 + 4 = 20$$
$$20 = 20$$

Definisi

Kalimat tertutup adalah pernyataan yang hanya dapat dikatakan benar atau salah, tidak keduanya.

Kalimat terbuka adalah pernyataan yang tidak dapat dinilai benar atau salah. Karena masih ada elemen dengan nilai yang tidak diketahui.

Contoh 3.1

Untuk menentukan apakah pernyataan berikut termasuk kalimat terbuka atau tertutup. Lengkapi tabel di bawah ini menggunakan tanda centang (✓), serta berikan alasan kalian.

No	Pernyataan	Terbuka	Tetutup	Alasan
1.	Tiga dikurangi p sama dengan dua			
2.	y merupakan bilangan prima yang lebih dari empat			
3.	$x + 7 = 9$			
4.	$4 + b > 10$			
5.	Negatif dua ditambah lima sama dengan tiga			
6.	$5(2) - 3 = 7$			
7.	$2a - 6 < 36$			
8.	Indonesia memiliki 34 provinsi			

Alternatif penyelesaian

No	Pernyataan	Terbuka	Tetutup	Alasan
1.	Tiga dikurangi p sama dengan dua	✓		Memiliki variabel p yang belum diketahui nilainya
2.	y merupakan bilangan prima yang lebih dari empat		✓	Sudah jelas nilai kebenarannya (salah)
3.	$x + 7 = 9$	✓		Memiliki variabel x yang belum diketahui nilainya
4.	$4 + b > 10$	✓		Memiliki variabel b yang belum diketahui nilainya
5.	Negatif dua ditambah lima sama dengan tiga		✓	Sudah jelas nilai kebenarannya (benar)
6.	$5(2) - 3 = 7$		✓	Sudah jelas nilai kebenarannya (benar)
7.	$2a - 6 < 36$	✓		Memiliki variabel a yang belum diketahui nilainya
8.	Indonesia memiliki 34 provinsi		✓	Sudah jelas nilai kebenarannya (salah)

Supaya pernyataan menjadi kalimat tertutup dan memiliki nilai benar, pernyataan terbuka yang mengandung variabel harus diganti dengan satu atau lebih anggota himpunan yang ditentukan. Himpunan yang menggantikan nilai-nilai variabel disebut **Himpunan Penyelesaian**.

Ayo Bekerja Sama

Bagaimana kalian menentukan bahwa unsur-unsur pada kalimat (1), (3), (4), dan (7) yang masih terdapat nilai yang belum diketahui menjadi kalimat yang bernilai benar? Diskusikan dengan teman sebangku kalian, selanjutnya tukarkan jawaban kalian dengan teman sekelas yang lain!

Tahukah Kalian?

Himpunan adalah daftar atau kumpulan objek yang memiliki kesamaan karakteristik. Objek dalam suatu himpunan tersebut dapat berupa apa saja mulai dari angka, huruf, bentuk dan suatu nama, tempat, atau lukisan, yang biasanya memiliki kesamaan tertentu. Daftar anggota atau elemen suatu himpunan ditempatkan di dalam sepasang kurung kurawal { }.

Misalkan:

- $P = \{kumpulan\ hewan\ berkaki\ empat\}$
  P dapat berisi kambing, sapi, kerbau, gajah, dan sebagainya.
- $N = \{kumpulan\ bilangan\ Asli\ kurang\ dari\ 8\}$
  N berisi $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$
- Kumpulan kopi Nusantara

Contoh 3.2

1. Tentukan nilai x pada beberapa persamaan berikut.
   a. $x + 4 = 10$
   b. $3x + 5 = 9$, dengan $x \in$ himpunan bilangan asli

Alternatif penyelesaian

a. Nilai yang benar adalah 6. Jadi penyelesaiannya adalah $x = 6,$ dan ditulis himpunan penyelesaian $= \{6\}$.

b. Berdasarkan perhitungan, diketahui bahwa nilai $x = \frac{4}{3}$. Karena x yang dimaksud dalam soal adalah anggota himpunan bilangan asli dan $\frac{4}{3}$ bukan anggota bilangan asli, maka tidak ada pengganti x yang memenuhi persamaan tersebut. Himpunan penyelesaian dari persamaan tersebut dapat ditulis $\emptyset$ atau { }.

2. a merupakan bilangan genap kurang dari 10, maka pernyataan tersebut dapat ditulis $a \in 2, 4, 6, ..., 8$.

Alternatif penyelesaian

Pengganti a supaya pernyataan tersebut bernilai benar adalah $2, 4, 6,$ dan $8.$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{2, 4, 6, 8\}$.

2. Menemukan bentuk umum dari Persamaan Linier Satu Variabel

Berikut diberikan beberapa kalimat yang dihubungkan oleh tanda persamaan $(=)$ atau tanda pertidaksamaan $(<, \leq, >, \geq)$. Berdasarkan pemahaman kalian sebelumnya, pasangkan kalimat terbuka tersebut dengan pasangan yang sesuai.

Kalimat	Pasangan
$x + 7 = 9$	
$6 + c > 10$	Persamaan linier dengan satu variabel
$4x - 3 = 6 - 8x$	
$2a - 4 < 32$	Persamaan linier dengan dua variabel
$x + 10y = 110$	
$m = 8$	Persamaan kuadrat dengan satu variabel
$2p = 10$	
$-3y - 3 = 4y + 8$	Pertidaksamaan linier satu variabel
$13 - 2m \leq 9m$	
$x^2 - 4 = 0$	

Berdasarkan kegiatan di atas, dapatkah kalian menemukan karakteristik dari persamaan linier dengan satu variabel?

Contoh 3.3

1. Buatlah pernyataan di bawah ini menjadi suatu persamaan.
   a. Suatu bilangan r dan 9, jika dijumlahkan sama dengan 25.
   b. Selisih antara bilangan z dan 5 adalah 4.
   c. Hasil kali p dengan 3 sama dengan 45.
2. Sebanyak 96 siswa tereliminasi di babak penyisihan sebagai siswa berprestasi. Babak kualifikasi ini memungkinkan 24 siswa untuk maju ke babak berikutnya. Tulislah persamaan yang dapat digunakan untuk menentukan jumlah awal siswa yang terlibat dalam memilih siswa berprestasi.

Alternatif penyelesaian

1. Persamaan dari beberapa pernyataan di atas adalah
   a. $r + 9 = 25$
   Jadi, persamaannya adalah $r + 9 = 25$.
   b. $z - 5 = 4$
   Jadi, persamaannya adalah $z - 5 = 4$.
   c. $3p = 45$
   Jadi, persamaannya adalah $3p = 45$.
2.

Kalimat	Jumlah siswa semula yang mengikuti seleksi siswa berprestasi	Berkurang	Jumlah siswa yang tereliminasi	Sama dengan	Jumlah siswa yang tersisa

Misalkan variabel s adalah banyak siswa awal yang terlibat dalam pemilihan siswa berprestasi, maka kalimat di atas dapat ditulis menggunakan persamaan $s - 96 = 24$.

Jadi, persamaannya adalah $s - 96 = 24$.

Isikan tabel berikut berdasarkan beberapa persamaan yang kalian temukan sebelumnya.

No	Persamaan	Variabel	Pangkat variabel tertinggi	Pangkat variabel terendah	keterangan
1	$x + 7 = 9$	x	1	1	Variabel = x Koefisien = 1 Konstanta = 7 dan 9
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					

Setelah mengisi tabel di atas, selanjutnya perhatikan karakteristik pada persamaan linier satu variabel. Kemudian lakukan kegiatan berikutnya.

Diskusikan dengan teman satu meja kalian. Bagaimana bentuk umum dari persamaan linier satu variabel dan berikan alasannya.

Soal Latihan 3.1

1. Analisis beberapa pernyataan di bawah ini, untuk menentukan nilai kebenarannya.
   a. Dua pertiga dari 27 adalah 18.
   b. -24 merupakan perkalian dari -7 dan 3.
   c. Terdapat 1800 detik dalam $\frac{1}{2}$ jam.
   d. Bangun yang memiliki enam simetri lipat adalah segienam.

2. Jika nilai setiap variabel di bawah ini merupakan bilangan asli, tunjukkan himpunan penyelesaian dari masing-masing kalimat terbukanya.
   a. m adalah hasil dari kelipatan 7 yang kurang dari 24
   b. $(k-2)$ membagi 12.
   c. t merupakan bilangan genap yang habis dibagi 2.
   d. Kelipatan 2 dan 3 yang kurang dari 18 adalah a.

3. Ubah kalimat berikut menjadi pernyataan matematika yang memuat variabel.
   a. 25 adalah hasil penjumlahan dari x dan 18.
   b. 44 sama dengan 6 lebihnya dari t.
   c. 15 adalah hasil bagi dari p dengan 3.
   d. Keliling segitiga sama sisi adalah 24 cm.

4. Ahmad dan Dhoni adalah teman dekat yang akan membeli buku dengan mengumpulkan uang saku selama beberapa hari. Uang Ahmad adalah Rp. 108.000,00. Total uang kaduannya Rp 220.000,00. Tuliskan persamaan yang kalian gunakan untuk menentukan jumlah uang Dhoni.

5. Orang dewasa biasanya mengambil sekitar 24.000 napas per hari. Tulislah persamaan yang menunjukkan berapa kali seseorang bernapas dalam satu menitnya.

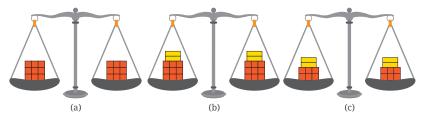
B. Menyelesaikan Persamaan Linier Satu Variabel

Saat menyelesaikan persamaan linier satu variabel yang bertujuan untuk menyederhanakan persamaan dengan hanya menyisakan variabel pada salah satu ruas. Setiap langkah yang digunakan untuk menyederhanakan persamaan tersebut, akan menghasilkan persamaan yang ekuivalen. Apa itu persamaan yang ekuivalen?

Pertimbangkan persamaan berikut.

1. $2x - 1 = 3$
2. $x + 2 = 8$
3. $2x - 2 = 10$

Bagaimana penyelesaian akhir yang ditetapkan untuk setiap persamaan di atas? Semua persamaan memiliki tahapan penyelesaian yang setara. Persamaan di atas disebut sebagai persamaan yang sama atau persamaan yang ekuivalen. Persamaan setara dapat dimodelkan sebagai timbangan yang seimbang. Jika kedua lengan itu ditambahkan atau dikurangi dengan menggunakan beban yang sama, tetapi timbangan tetap seimbang.

Bagaimana cara menyelesaikan persamaan linier satu variabel menggunakan aturan penjumlahan dan pengurangan? Konsep persamaan dapat diterapkan pada konsep kesetimbangan. Timbangan dikatakan seimbang jika berat benda yang dibebankan di lengan kiri sama dengan berat benda yang dibebankan di lengan kanan. Lihat gambar timbangan di bawah ini.

Gambar 3.3 Timbangan yang memiliki beban sama

Pada Gambar 3.3. di halaman sebelumnya, Apa yang dapat kalian temukan berdasarkan kondisi timbangan yang ditunjukkan seperti gambar?

Gambar 3.3(a) menunjukkan bahwa timbangan mencapai kesetimbangan jika kedua lengan memiliki beban yang sama. Jika kedua lengan ditambahkan dengan beban berwarna kuning dengan kondisi yang sama, ternyata masih seimbang. Begitu juga jika beban semula pada Gambar 3.3(b) dikurangi dengan ukuran yang sama, kondisi timbangan juga masih seimbang (Gambar 3.3(c)). Berdasarkan ilustrasi tersebut apa yang dapat kalian temukan terkait persamaan, khususnya persamaan linier satu variabel?

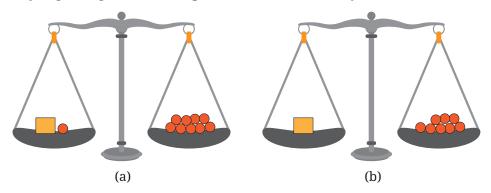
Ayo Mencoba

Untuk informasi lebih lanjut terkait penyelesaian persamaan linier satu variabel, kerjakan beberapa kegiatan berikut:

1. Siapkan kelereng dan balok kayu kecil, kemudian letakkan benda-benda tersebut pada kedua lengan timbangan seperti Gambar 3. 4 di bawah ini. Ilustrasi tersebut bertujuan untuk menyelesaikan persamaan $2x+4=8$.

Gambar 3.4 Kondisi timbangan menyatakan persamaan $2x+4=8$

   a. Jelaskan bagaimana Gambar 3.4 di atas mengilustrasikan persamaan $2x+4=8$.
   b. Berdasarkan ilustrasi pada Gambar 3.4 tunjukkan bahwa satu ▭ sama dengan berapa ● ? Bagaiman kalian menemukannya?
   c. Memperhatikan pada poin (a) dan (b). Tentukanlah nilai x.

2. Pada Gambar 3.5(a) dan 3.5(b) di bawah ini, timbangan manakah yang mengilustrasikan persamaan $n + 1 = 9$? Jelaskan.

Gambar 3.5 Kondisi timbangan yang menyatakan suatu persamaan

3. Setelah kalian memahami cara menentukan solusi dari persamaan linier di atas, lengkapi tabel di bawah ini dengan memperhatikan contoh yang diberikan sebelumnya.

Persamaan	Tahapan	Penyelesaian	Bukti/Alasan
$x + 1 = 5$	$x + 1 = 5$ $x + 1 - 1 = 5 - 1$ $x = 4$	$x = 4$	$x + 1 = 5$ $4 + 1 = 5$ $5 = 5\ (benar)$
$4 + m = 15$			
$6 = a - 3$			
$x - 8 = 16$			
$17 = p - 6$			
$20 = 8x - 4$			

Ayo Berteknologi

Pindai *QR code* atau gunakan tautan pada halaman berikut ini untuk mengakses program interaktif untuk simulasi menentukan nilai dari variabel dalam suatu persamaan. Program interaktif tersebut juga dapat digunakan untuk menguji kemampuan kalian dalam menggunakan operasi aljabar dalam persamaan linier satu variabel.

http://ringkas.kemdikbud.go.id/PersamaanLinier

- ***Ruas kiri*** adalah persamaan di sebelah kiri tanda sama dengan $(=)$.
- ***Ruas kanan*** adalah persamaan di sebelah kanan tanda sama dengan $(=)$.
- ***Solusi Persamaan*** adalah nilai variabel yang membuat persamaan menjadi benar, yaitu membuat ruas kiri sama dengan ruas kanan.

Misalkan:

$$\underbrace{3x+8}_{\text{Ruas Kiri}}=\underbrace{14}_{\text{Ruas Kanan}}$$

Pada persamaan $3x+8=14$ di atas diketahui bahwa satu-satunya nilai variabel x yang membuat persamaan tersebut benar adalah $x=2$.

Perhatikan ketika $x=2$ maka Ruas kiri

$$\begin{aligned} &= 3x+8 \\ &= 3\times 2+8 \\ &= 6+8 \\ &= 14 \\ &= \text{Ruas kanan} \end{aligned}$$

Sehingga, terbukti benar bahwa penyelesaian persamaan di atas adalah $x=2$, karena mengakibatkan Ruas kiri = Ruas kanan.

Contoh 3.4

1. Tentukan nilai x pada persamaan $4x+9=29$.

Alternatif penyelesaian

$$4x+9=29$$
$$4x+9-9=29-9 \quad \text{(setiap ruas dikurangi 9)}$$
$$4x=20 \quad \text{(penyederhanaan)}$$
$$\frac{4x}{4}=\frac{20}{4} \quad \text{(setiap ruas dibagi 3)}$$
$$x=5 \quad \text{(penyederhanaan)}$$

Selanjutnya, mengecek nilai $x=5$ ke dalam persamaan $4x+9=29$

$4\times5+7=29$. Sehingga ***Ruas kiri*** = ***Ruas kanan***

2. Tentukan nilai p pada persamaan $13-7p=34$.

Alternatif penyelesaian

$$13-7p=34$$
$$13-7p-13=34-13 \quad \text{(setiap ruas dikurangi 3)}$$
$$-7p=21 \quad \text{(penyederhanaan)}$$
$$\frac{-7p}{-7}=\frac{21}{-7} \quad \text{(setiap ruas dibagi } -7\text{)}$$
$$p=-3 \quad \text{(penyederhanaan)}$$

Selanjutnya, mengecek nilai $p=-3$ ke dalam persamaan $13-7p=34$

$13-7\times(-3)=34$. Sehingga ***Ruas kiri*** = ***Ruas kanan***

3. Tentukan nilai x pada persamaan $\frac{4x+3}{5}=-2$.

Alternatif penyelesaian

$$\frac{4x+3}{5}=-2$$
$$\frac{4x+3}{5}\times5=-2\times5 \quad \text{(setiap ruas dikali 5)}$$
$$4x+3=-10 \quad \text{(penyederhanaan)}$$
$$4x+3-3=-10-3 \quad \text{(setiap ruas dikurangi 3)}$$
$$4x=-13 \quad \text{(penyederhanaan)}$$
$$\frac{4x}{4}=\frac{-13}{4} \quad \text{(setiap ruas dibagi 4)}$$
$$x=\frac{-13}{4}$$

Selanjutnya, mengecek nilai $x = \frac{-13}{4}$ ke dalam persamaan

$$\frac{4x+3}{5} = -2$$
$$\frac{4 \times \frac{-13}{4} + 3}{5} = -2$$
$$\frac{-13+3}{5} = -2$$
$$\frac{-10}{5} = -2$$
$-2 = -2$, sehingga ***Ruas kiri*** = ***Ruas kanan***

Ayo Berpikir Kreatif

Coba kalian temukan bentuk persamaan linier satu variabel lain yang memiliki bentuk serupa, tetapi tidak sama dengan beberapa persamaan sebelumnya. Analisis penyelesaiannya dengan memperhatikan contoh yang sudah diberikan.

Ayo Berpikir Kritis

Solusi dari persamaan $3x + 4x = 7x$, secara umum dipahami sebagai bentuk penjumlahan yang menghasilkan $7x - 7x$ dan benar untuk semua x anggota bilangan riil. Maka persamaan $2x | 1 - 7$ dapat dikatakan benar jika harga $x - 3$, karena itu himpunan penyelesaiannya adalah $\{3\}$. Bagaimana kira-kira penyelesaian persamaan di bawah ini?

a. $x - x | 2$,

b. $3[x - (x+1)] = -2$,

c. $5 - 3(x - 6) = 4(x - 9) - 7$.

Apakah terdapat solusi untuk setiap persamaan tersebut? Jelaskan jawaban kalian dan diskusikan dengan teman kalian.

Soal Latihan 3.2

1. Anjani mengupas 10 buah jambu biji dan Nyoman mengupas 7 buah jambu biji dari keranjang buah yang telah disediakan Ibu Ratih untuk membuat rujak buah. Mereka berdua menyisakan 16

buah jambu biji dalam keranjang. Perhatikan beberapa pernyataan berikut, apakah bernilai benar atau salah dan berikan alasannya.

a. Misalkan total jambu biji adalah b, maka $b-10+7=16$ merupakan bentuk persamaannya.

b. Banyak buah yang dikupas adalah 17 buah.

c. Apabila Nyoman mengupas 3 buah jambu biji lagi, maka persamaannya menjadi $b-20=16$.

d. Jambu biji sebelum dikupas yang terdapat dalam keranjang sebanyak 36 buah.

2. Tentukan nilai x yang menjadikan beberapa persamaan di bawah ini bernilai benar.

a. $x+13=1$

b. $5x+3=28$

c. $8x-1=7$

d. $3x+5=-10$

e. $-3=2x+9$

3. Pada segitiga di bawah ini, gunakan bentuk penyelesaian persamaan untuk menentukan nilai m. Selanjutnya, gunakan busur derajat sebagai pembuktian kebenaran jawab dalam mengukur setiap sudutnya.

$2m^0$

m^0

$(m+10)^0$

Ayo Berpikir Kritis

4. Terdapat banyak manfaat mempelajari materi IPA, salah satunya untuk dapat menentukan titik lebur suatu unsur kimia.

Titik lebur suatu zat adalah suhu dimana zat tersebut dapat berubah wujud dari padat menjadi cair. Jika titik lebur brom $\frac{1}{30}$ titik lebur nitrogen. Tulis dan selesaikan persamaan untuk menemukan titik lebur nitrogen.

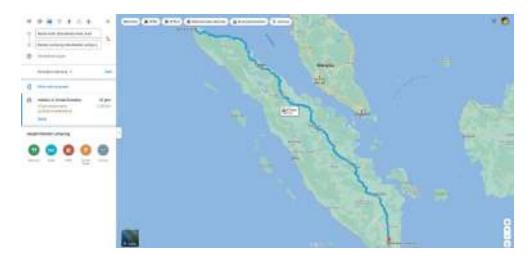
Titik Lebur Bromin -7°C

5. Suhu Celcius dapat ditentukan dengan mengubah suhu ke Fahrenheit. Kalian dapat mengubah suhu dari Celcius ke Fahrenheit dan sebaliknya menggunakan rumus berikut:

$$C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

Menurut BMKG pada Agustus 2022 adalah suhu rata-rata di Papua $25{,}6°C$. Jelaskan bagaimana kalian dapat menemukan suhu Fahrenheit dari suhu rata-rata di Papua.

C. Menemukan Konsep Pertidaksamaan Linier Satu Variabel

Aktivitas kehidupan sehari-hari seringkali dijumpai beberapa aturan yang berupa visual atau pernyataan, baik tertulis dan tidak tertulis. Misalkan informasi pada tampilan *google maps* berikut.

Gambar 3.6 Rute Perjalanan dari Aceh Menuju Lampung

Sumber: https://bit.ly/RuteAcehLampung

Berdasarkan Gambar 3.6. Didapatkan informasi bahwa Rute perjalanan dari Aceh ke Lampung tidak lebih dari 44 jam dengan menggunakan mobil via jalur darat. Selain itu, juga didapatkan informasi bahwa jarak antara Aceh dan Lampung adalah kurang dari 2.047 km. Pada saat menempuh perjalanan melewati jalan tol juga terlihat tanda seperti gambar disamping. Tanda tersebut merupakan rambu-rambu yang dipasang di jalan tol yang berarti kecepatan maksimal adalah 100 km/jam dan kecepatan minimal adalah 60 km/jam.

Perhatikan gambar dan informasi yang sudah kalian dapatkan sebelumnya. Jika terdapat beberapa pertanyaan, berapa waktu perjalanan minimal yang dibutuhkan untuk bepergian dari Aceh ke Lampung? Berapa jarak maksimal yang ditempuh dari Aceh ke Lampung? Berapakah kecepatan yang diperbolehkan sebuah mobil untuk melewati jalan tol yang terdapat tanda disamping?

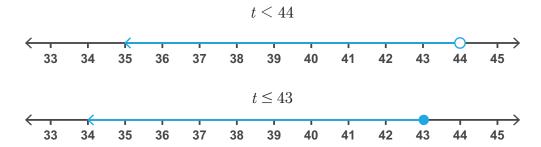
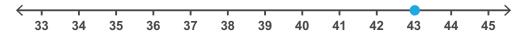
Kalian akan dapat menjawab pertanyaan tersebut setelah mempelajari materi pada bagian ini.

Ayo Berpikir Kreatif

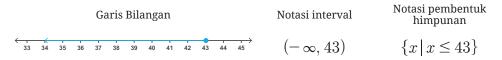
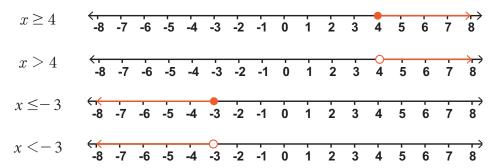
Memperhatikan pada kegiatan Ayo Bereksplorasi di atas, salah satu informasinya adalah membutuhkan waktu tempuh yang tidak lebih dari 44 jam untuk melakukan perjalan dari Aceh ke Lampung. Jika dimisalkan waktu tempuh adalah t, maka model matematika yang didapatkan adalah $t < 44$. Coba kalian temukan model matematika yang lain berdasarkan kegiatan sebelumnya.

Model matematika dari waktu tempuh tidak lebih dari 44 jam, dapat ditulis menjadi

$$t < 44 \text{ atau } t \leq 43$$

Untuk lebih memahami, bentuk tersebut dapat digambarkan pada garis bilangan sebagai berikut.

Pada model matematika $t \leq 43$, terdapat bentuk $t = 43$ dan $t < 44$ Pada $t < 44$ sudah digambarkan pada garis bilangan di atas. Selanjutnya gambaran untuk $t = 43$, ditunjukkan pada gambar berikut.

Berdasarkan ilustrasi di atas, bagaimana kalian menemukan himpunan penyelesaian dari pernyataan tidak kurang dari 27 menggunakan himpunan pasangan berurutan. Temukan beberapa alternatif yang dapat kalian temukan!

Pada penyelesaian yang ditunjukkan di kegiatan Ayo Berpikir Kreatif, himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $t \leq 43$ merupakan semua bilangan riil yang dibatasi pada pertidaksamaan tersebut dan dapat dinyatakan dengan "semua bilangan riil yang kurang dari atau sama dengan 43". Sehingga, himpunan penyelesaiannya tak terhingga jumlahnya dan tidak dapat disebutkan satu-satu. Berikut ditunjukkan visualisasi himpunan penyelesaian yang ditunjukkan pada garis bilangan, notasi interval dan notasi pembentuk himpunan.

Garis Bilangan	Notasi interval	Notasi pembentuk himpunan
33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45	$(-\infty, 43)$	$\{x \mid x \leq 43\}$

Perhatikan beberapa pertidaksamaan dan himpunan penyelesaiannya dalam bentuk garis bilangan berikut.

Perhatikan titik atau bulatan pada garis bilangan di atas. Jika bilangan yang ditanyakan terletak pada suatu titik yang diwakili oleh bulatan penuh (•), maka bilangan pada titik tersebut adalah anggota himpunan penyelesaian. Sedangkan, Jika bilangan pada suatu titik diwakili oleh bulatan kosong (∘), maka bilangan pada titik tersebut tidak termasuk anggota himpunan penyelesaian.

Berdasarkan beberapa simbol yang sudah ditunjukkan sebelumnya, perlu kalian ketahui bahwa dalam menyatakan simbol tersebut dapat menggunakan beberapa kata berikut.

Simbol Pertidaksamaan				
Simbol	$<$	$>$	$\leq$	$\geq$
kata	Kurang dari	Lebih dari	• Kurang dari sama dengan • Hanya • Paling banyak	• Lebih dari sama dengan • Setidaknya • Paling sedikit

Contoh 3.5

1. Modelkan beberapa kalimat berikut menjadi bentuk pertidaksamaan linier satu variabel.
   a. Bilangan k dikurang 4 hasilnya kurang dari sama dengan 9
   b. -16 merupakan kurang dari sama dengan 4 lebihnya dari $2p$

Alternatif penyelesaian

a. k dikurang 4 hasilnya kurang dari sama dengan 9

$k-4$ $\leq$ 9

Dengan demikian, bentuk pertidaksamaan linier di atas adalah $k-4 \leq 9$

b. -16 merupakan kurang dari sama dengan 4 lebihnya dari $2p$

-16 $\leq$ $4+2p$

Dengan demikian, bentuk pertidaksamaan linier di atas $4+2p \geq -16$

2. Gambarlah himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $x > -5$ dengan garis bilangan.

Alternatif penyelesaian

Berikut adalah gambar garis bilangan yang memperlihatkan pertidaksamaan $x > -5$

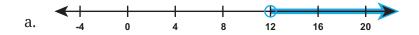
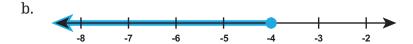
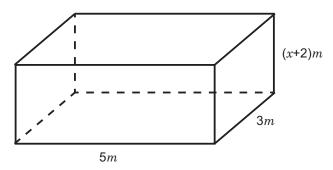
Ayo Berpikir Kritis

Himpunan penyelesaian yang sudah ditunjukkan dari beberapa permasalahan sebelumnya merupakan anggota himpunan bilangan asli. Berdasarkan himpunan penyelesaian sebelumnya terdapat penyelesaian $t \leq 43$. Apakah $t \leq 43$ dan $43 \leq t$ merupakan dua pertidaksamaan yang ekuivalen? Apakah $x > -5$ dan $-5 < x$ juga merupakan dua persamaan yang ekuivalen? Jelaskan jawaban kalian.

Soal Latihan 3.3

1. Tuliskan makna dari garis bilangan berikut, sehingga menunjukkan bentuk pertidaksamaan yang sesuai.

a.

b.

2. Modelkan beberapa permasalahan berikut menjadi bentuk pertidaksamaan linier satu variabel.
    a. Sekolah menyelenggarakan proyek penguatan profil pelajar Pancasila pada tema kearifan lokal untuk melakukan observasi menggunakan lima bus yang dapat mengangkut hanya 290 penumpang.
    b. Kegiatan penanaman pohon yang dilakukan oleh anggota OSIS setidaknya dua ratus lima puluh meter di sepanjang jalan di depan sekolah.
    c. Pak Doni adalah seorang kuli bangunan kontrak yang sedang mengerjakan proyek pemerintah dengan penghasilan tidak lebih dari Rp. 3.600.000 setiap bulannya.
    d. Andy memarkir sepeda motor di lapangan sekolah yang banyaknya paling sedikit tiga ratus lima puluh sepeda motor
    e. Pak Doni akan membuat kolam berbentuk balok yang ditunjukkan seperti gambar di bawah. Volume kolam tersebut tidak kurang dari 60 m^2.

3. Ubahlah kalimat di bawah ini menjadi bentuk model pertidaksamaan linier satu variabel.
    a. Dua kali dari bilangan y lebih dari $-\frac{5}{2}$
    b. Bilangan 9 lebihnya dari z tidak lebih dari 21

4. Bilangan -5 merupakan salah satu penyelesaian dari pertidaksamaan linier satu variabel berikut. Tunjukkan bahwa -5 tersebut apakah berlaku pada setiap pertidaksamaan berikut.

   a. $x + 14 > 9$ b. $1 - 2p \leq -9$ c. $r + 2 \geq -3$

5. Nadia mendapat nilai 97, 82, 89 dan 99 pada 4 tes formatif mata pelajaran matematika. Untuk mendapatkan nilai A dalam matematika, rata-rata nilai tes harus sembilan puluh atau lebih. Berapa nilai matematika pada tes ke-5 Nadia untuk mendapatkan nilai A? Tuliskan pertidaksamaan yang mewakili ilustrasi Nadia di atas.

D. Menyelesaikan Masalah terkait Pertidaksamaan Linier Satu Variabel

Ayo Bereksplorasi

Pertidaksamaan juga sering dijumpai dalam masalah sehari-hari.
Perhatikan masalah berikut:

"*Kalian harus berusia di bawah 16 tahun untuk menjadi Pramuka Penggalang. Ketika masuk jenjang SMP dan belajar selama 3 tahun ini, maka kalian masih memenuhi syarat untuk menjadi anggota Pramuka Penggalang.*"

Permasalahan di atas mungkin tanpa kesulitan dapat diubah menjadi bentuk pertidaksamaan linier. Jika x adalah usia kalian sekarang, bentuk pertidaksamaan mana yang menunjukkan bahwa kalian memenuhi syarat untuk menjadi anggota dari 4 pertidaksamaan berikut yang mengilustrasikan masalah di atas.

a. $x + 3 > 16$
b. $x + 3 < 16$
c. $x + 3 \geq 16$
d. $x + 3 \leq 16$

Bagaimana cara kalian menjelaskan bentuk pertidaksamaan di atas? Pertidaksamaan manakah yang tepat untuk memodelkan pada ilustrasi sebelumnya? Tentukan nilai x yang sesuai. Untuk memahami bagaimana menjawab pertanyaan yang diberikan, kalian dapat mempelajari bagian ini.

Pertidaksamaan linier satu variabel memiliki beberapa karakteristik yang dapat kalian gunakan untuk menemukan solusi permasalahannya. Berikut ditunjukkan karakteristik dari pertidaksamaan linier satu variabel.

1. Bentuk pertidaksamaan linier, jika ruas kanan dan ruas kiri dijumlahkan atau dikurangi dengan bilangan yang sama maka tanda pertidaksamaan tetap. Perhatikan ilustrasi berikut.

$Jika\ a < b, maka\ a + c < b + c$ $Jika\ a > b, maka\ a + c > b + c$ Contoh $-4 < 2$ $-4 + 5 < 2 + 5$ $1 < 7$	$Jika\ a < b, maka\ a - c < b - c$ $Jika\ a > b, maka\ a - c > b - c$ Contoh $2 < 6$ $2 - 5 < 6 - 5$ $-3 < 1$

Catatan: sifat di atas juga berlaku untuk tanda pertidaksamaan ≥ dan ≤

2. Perbedaan mendasar antara persamaan dan pertidaksamaan linier satu variabel adalah pada operasi perkalian dan pembagian dengan bilangan bukan nol. Berikut ditunjukkan karakteristik pertidaksamaan linier satu variabel pada operasi perkalian dan pembagian.
   a. Jika ruas kanan dan ruas kiri dikalikan atau dibagi dengan bilangan positif, maka tanda pertidaksamaan tetap. Perhatikan ilustrasi berikut.

$Jika\ a < b, maka\ a \cdot c < b \cdot c$ $Jika\ a > b, maka\ a \cdot c > b \cdot c$ Contoh $4 > 2$ $4 \cdot 3 > 2 \cdot 3$ $12 > 6$	$Jika\ a < b, maka\ \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ $Jika\ a > b, maka\ \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ Contoh $6 > -9$ $\frac{6}{3} > \frac{-9}{3}$ $2 > -3$

Catatan: sifat di atas juga berlaku untuk tanda pertidaksamaan ≥ dan ≤

b. Jika ruas kanan dan ruas kiri dikalikan atau dibagi dengan bilangan negatif, maka tanda pertidaksamaan berubah. Perhatikan ilustrasi pada halaman berikut.

$Jika\ a < b, maka\ a \cdot (-c) < b \cdot (-c)$ $-ac > -bc$ $Jika\ a > b, maka\ a \cdot (-c) > b \cdot (-c)$ $-ac < -bc$ Contoh $4 > 2$ $4 \cdot (-3) > 2 \cdot (-3)$ $-12 < -6$	$Jika\ a < b, maka\ \frac{a}{-c} < \frac{b}{-c}$ $\frac{a}{-c} > \frac{b}{-c}$ $Jika\ a > b, maka\ \frac{a}{-c} > \frac{b}{-c}$ $\frac{a}{-c} < \frac{b}{-c}$ Contoh $6 > -9$ $\frac{6}{-3} > \frac{-9}{-3}$ $-2 < 3$

Catatan: sifat di atas juga berlaku untuk tanda pertidaksamaan ≥ dan ≤

Ayo Berpikir Kritis

Setelah mengamati beberapa bentuk pertidaksamaan, bandingkan dan jelaskan bagaimana perbedaan penyelesaian dari persamaan dan pertidaksamaan linier satu variabel.

Contoh 3.6

1. Tentukan himpunan penyelesaian dari beberapa pertidaksamaan di bawah ini.

   a. $x - 4 < 2$

   b. $13 \leq x + 14$

   c. $-2x - 5 < 2$

   d. $-6(x - 3) \geq 2 - 2(x - 8)$

   Alternatif penyelesaian

   a.
   $$x - 4 < -2$$
   $$x - 4 + 4 < -2 + 4$$
   $$x < 2$$

   Sehingga, himpunan penyelesaiannya adalah $x < 2$.

   b.
   $$13 \leq x + 14$$
   $$13 - 14 \leq x + 14 - 14$$
   $$-1 \leq x$$

   Sehingga, himpunan penyelesaiannya adalah $x \geq -1$

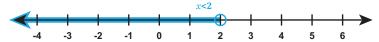
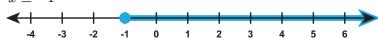
   c.
   $$-2x - 5 < 2$$
   $$-2x - 5 + 5 < 2 + 5$$
   $$-2x < 7$$
   $$\frac{-2x}{-2} > \frac{7}{-2}$$
   $$x > -\frac{7}{2} \text{ atau } x > -3{,}5$$

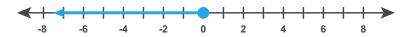
   Sehingga, himpunan penyelesaiannya adalah $x > -\frac{7}{2}$ atau $x > -3{,}5$

d.
$$
\begin{aligned}
-6(x-3) &\geq 2-2(x-8)\\
-6x+18 &\geq 2-2x+16\\
-6x+18 &\geq -2x+18\\
-6x+18-18 &\geq -2x+18-18\\
-6x+2x &\geq -2x+2x\\
-4x &\geq 0\\
\frac{-4x}{-4} &\leq \frac{0}{-4}\\
x &\leq 0
\end{aligned}
$$

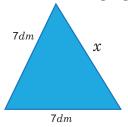
Sehingga, himpunan penyelesaiannya adalah $x \leq 0$

2. Buatlah garis bilangan yang menunjukkan hasil dari penyelesaian pertidaksamaan linier pada poin 1.

a. $x < 2$

b. $x \geq -1$

c. $x > -\frac{7}{2}$ atau $x > -3,5$

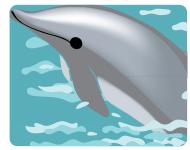
d. $x \leq 0$

Ayo Bekerja Sama

Kalian telah melakukan pengamatan dan analisis terhadap langkah-langkah dalam menyelesaikan pertidaksamaan linier satu variabel. Sebagai upaya meningkatkan pemahaman, diskusikan beberapa pertanyaan berikut dengan kelompok kalian.

1. Apakah terdapat perbedaan strategi dalam menyelesaikan persamaan dan pertidaksamaan linier satu variabel? Bagaimana saja perbedaannya?
2. Bagaimana pendapat kalian terkait pertidaksamaan $x+3>5$ dan $x>5-3$, apakah termasuk pertidaksamaan yang setara? Jelaskan.
3. Perhatikan segitiga di bawah ini.

   a. Bagaimana bentuk pertidaksamaan yang terbentuk dari keliling segitiga tersebut?
   b. Berapakah nilai x, jika keliling segitiga tersebut hanya $25\ dm$

Soal Latihan 3.4

1. Pak Ahmad akan membangun rumah pada sebidang tanah berbentuk persegi panjang yang memiliki ukuran panjang $20\ m$ dan lebar $(6y-1)\ m$ dengan luas tanah total hanya $100\ m^2$.
   a. Berdasarkan informasi sebelumnya, tentukan lebar tanah yang dimiliki Pak Ahmad?
   b. Pak Ahmad mengundang ahli bangunan untuk konsultasi dan menghasilkan perhitungan bahwa biaya yang dibutuhkan untuk membangun rumah untuk $1\ m^2$ adalah Rp. 2.000.000,00. Berapakah total biaya yang harus dikeluarkan pak Ahmad dalam membangun rumah?

2. Pada setiap hari Senin, Kamis, dan Minggu Taman Safari menampilkan pertunjukkan atraksi lumba-lumba. Untuk menjaga kesehatan dan nutrisi lumba-lumba, setiap harinya diberikan makan ikan hanya 15 kg. Jika perawat

lumba-lumba selalu menggunakan timba untuk memberi makan sebagai tempat ikan yang hanya memuat 3 kg per timba.

a. Jika x dimisalkan sebagai timba. Tulislah bentuk pertidaksamaan linier berdasarkan ilustrasi tersebut.

b. Tentukan banyak timba yang dibutuhkan untuk memberi makan kembali lumba-lumba, jika pada hari itu lumba-lumba sudah menghabiskan 10 kg ikan.

3. Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $6 < 2 - 4x < 10$. Dimana x merupakan anggota bilangan bulat.

4. Mobil *pick up* hanya dapat membawa muatan seberat 2.000 kg. Pengemudi dan kernek memiliki berat total 150 kg. Mobil *pick up* tersebut akan mengangkut kotak yang berisi 50 kg.

   a. Tunjukkan banyak kotak yang dapat diangkut dalam sekali perjalanan?

   b. Jika mobil pick up harus membawa 350 kotak, berapa kali pengangkutan kotak yang harus dilakukan sampai semua kotak terangkut?

5. Humam memiliki uang Rp180.000,00 yang akan digunakan untuk membeli jeruk. Untuk harga 1 kg jeruk adalah Rp15.000,00. Buatlah penyelesaian dari pertidaksamaan yang mengilustrasikan banyaknya jeruk yang dapat Humam beli.

Ayo Berefleksi

Berdasarkan beberapa aktivitas yang telah kalian lakukan terkait persamaan dan pertidaksamaan linier satu variabel, berikan penjelasan pada beberapa pertanyaan di bawah ini.

a. Apakah setiap bentuk kalimat tertutup dan terbuka yang kalian jumpai dapat diilustrasikan dalam model matematika?

b. Bagaimana menemukan himpunan penyelesaian dari persamaan dan pertidaksamaan linier satu variabel?

c. Apakah terdapat perbedaan dalam menyelesaikan permsalahan terkait persamaan dan pertidaksamaan linier satu variabel?

Uji Kompetensi Bab 3

A. Pilihlah jawaban pada soal berikut dengan jawaban yang benar dan tepat

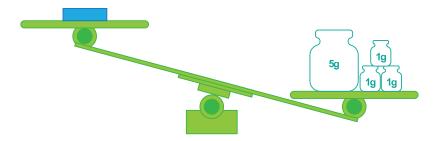
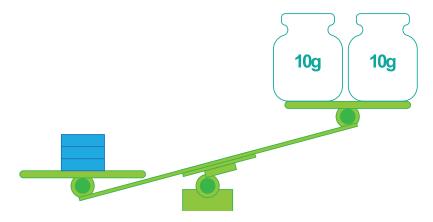
1. Garis bilangan di bawah ini, yang menunjukkan bentuk pertidaksamaan $-7(x+3) \leq 28$ adalah ...

a.

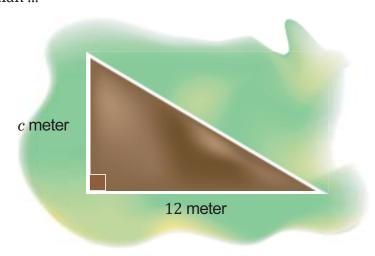
b.

c.

d.

2. Doni akan melakukan praktikum IPA untuk membuktikan berat besi. Terdapat tiga besi yang akan ditimbang dengan berat setiap besi sama. Mula-mula Doni menempatkan beban 8 gram pada lengan yang satu untuk menimbang sebatang besi pada lengan yang lain. Hasil percobaan Doni ditunjukkan pada gambar berikut.

Selanjutnya, Doni mencoba menimbang ketiga besi dengan menempatkan beban 20 gram pada lengan yang lain. Seperti ditunjukkan oleh gambar berikut.

Berdasarkan beberapa ilustrasi di atas, kemungkinan berat sebatang besi adalah ...

a. $5\ g$
b. $6\ g$
c. $7\ g$
d. $8\ g$

3. Pak Aldo akan membuat pagar yang mengelilingi taman segitiga yang ditunjukkan seperti gambar disamping. Jika luas taman tersebut setidaknya $60\ m^2$. Kemungkinan nilai minimal dari c adalah ...

a. 9 *meter*
b. 11 *meter*
c. 10 *meter*
d. 8 *meter*

4. Ayah Dhoni seorang *marketing* dari suatu *showroom* mobil yang dibayar setiap bulan berdasarkan mobil yang terjual setiap bulannya. Terdapat aturan *showroom* bahwa untuk menjadi atasan, gaji rata-rata tiap bulan setidaknya Rp2.000.000,00 per 6 bulan. Sedangkan, gaji Ayah Dhoni selama 5 bulan pertama adalah Rp1.800.000,00, Rp2.300.000,00, Rp1.500.000,00, Rp2.000.000,00, dan Rp 2.500.000,00. Gaji yang harus diterima Ayah Dhoni di bulan keenam untuk menjadi atasan adalah ...

   a. Rp1.900.000,00
   b. Rp2.000.000,00
   c. Rp2.100.000,00
   d. Rp2.200.000,00

5. Pada acara Dies Natalis di sekolah, kelas kalian berniat membuat stand minuman. Minuman yang dijual adalah jus buah seharga Rp10.000,00 setiap gelas. Karena stand bazar dilombakan, maka harus dihias dengan bagus yang menghabiskan biaya Rp80.000,00. Selesai bazar ternyata mendapatkan uang Rp600.000,00. Jika keuntungan didapat dari hasil penjualan dikurangi biaya menghias stand, berapa banyak jus buah yang laku terjual . . .

   a. 52 gelas
   b. 54 gelas
   c. 56 gelas
   d. 58 gelas

B. Kerjakan soal-soal berikut dengan baik dan benar

1. Harga sepasang sepatu dua kali lipat dari harga sepasang sandal. Arjuna membelikan tujuh pasang sepatu dan delapan pasang sandal untuk dijual kembali dengan total bayar Rp660.000,00. Tentukan harga sepasang sepatu berdasarkan informasi tersebut.

2. Segitiga sama kaki memiliki satu sisi dengan panjang lima kali panjang sisi lainnya. Jika keliling segitiga sama kaki paling tidak 60 cm, berapa panjang minimal setiap sisi segitiga?

3. Pak Amri berencana membangun rumah di atas sebidang tanah berbentuk persegi panjang dengan panjang 18 m dan lebar $(3y + 1)$. Jika luas tanah Pak Amri hanya 180 m^2 tentukan.

a. Lebar tanah Pak Amri yang dapat dibangun rumah.

b. Biaya maksimal untuk konstruksi bangunan membutuhkan Rp9.000.000,00 setiap $2\ m^2$. Berapa biaya maksimal yang harus dikeluarkan Pak Amri untuk membangun rumah?

4. Humam memiliki mobil *pick up* yang hanya dapat membawa muatan maksimal 1 ton dan harus membawa buah naga 10 kotak. Untuk mengirimkan dua jenis buah, Humam harus menempatkan kotak berwarna merah sebagai tempat buah naga seberat 25 kg, dan kotak biru sebagai tempat buah jeruk seberat 50 kg.

   a. Berapa banyak kotak yang bisa dibawa Humam dalam satu kali perjalanan?

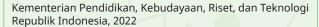
   b. Berapa kali pengangkutan minimal yang dilakukan oleh Humam untuk membawa 195 kotak berisi jeruk?

5. Tentukan penyelesaian dari beberapa pertidaksamaan berikut!

   a. $2x - 6 \geq 8x + 5$

   b. $15 > \frac{1}{2}x + 5$

   c. $8 \leq \frac{3}{2}p + 2$

   d. $\frac{2y + 8}{2} < 6$

Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi
Republik Indonesia, 2022

Matematika untuk SMP/MTs Kelas VIII

Penulis: Mohammad Tohir, dkk.
ISBN: 978-602-427-919-6 (Jil.2)

Bab 4

RELASI DAN FUNGSI

Kapan suatu relasi dapat menyatakan fungsi di himpunan?

Pengantar bab

Gambar 4.1 Siswa sedang berdiskusi

Gambar 4.1 mengilustrasikan beberapa kelompok siswa sedang berdiskusi materi relasi dan fungsi. Setiap siswa menduduki kursi tertentu yang telah ditentukan. Terlihat dengan jelas bahwa tidak ada siswa yang berbagi tempat duduk, akan tetapi untuk kursi panjang dapat menampung banyak siswa. Akibatnya, ada hubungan antara siswa dan kursi tempat mereka duduk. Bagaimana menurut sudut pandang kalian dalam hal ini, apakah kejadian ini termasuk relasi atau fungsi?

Pada bagian pengantar Bab 4 ini, kalian diberikan informasi tentang hubungan antara siswa dengan tempat duduk yang diduduki, hubungan ini terkait dengan materi relasi dan fungsi.

Selamat menikmati aktivitas belajar kalian.

Tujuan Pembelajaran

Setelah menyelesaikan materi Bab 4 ini, siswa diharapkan mampu:

√ Memahami konsep himpunan, relasi dan fungsi.

- √ Menjelaskan contoh kegiatan sehari-hari yang berkaitan dengan himpunan, relasi dan fungsi.
- √ Menjelaskan cara menyajikan relasi berdasarkan ciri-cirinya.
- √ Menjelaskan cara menyajikan fungsi berdasarkan ciri-cirinya.
- √ Menjelaskan nilai fungsi dan grafik fungsi pada koordinat Cartesius.
- √ Menyajikan hasil penyelesaian masalah yang terkait relasi dan fungsi.

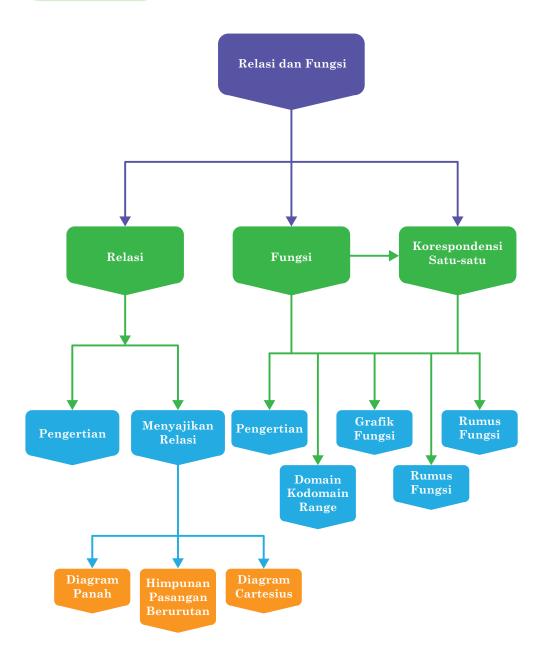
Pertanyaan Pemantik

- Apa yang dapat kalian pahami tentang himpunan?
- Apa yang dapat kalian ketahui tentang relasi?
- Apa sajakah syarat suatu relasi dapat dikatakan sebagai fungsi?
- Apakah ada suatu fungsi dari suatu himpunan tertentu ke himpunan dirinya sendiri?
- Tunjukkan ada berapa banyak cara yang berbeda untuk menyatakan suatu fungsi dari dua himpunan.
- Bagaimana cara menghitung nilai fungsi linier?
- Karakteristik apa sajakah yang mengidentifikasi korespondensi satu-satu?

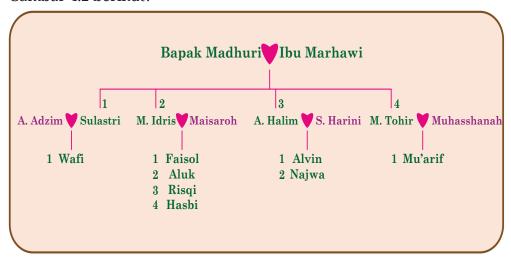
Kata Kunci

- Himpunan,
- hubungan,
- relasi,
- fungsi,
- fungsi khusus,
- korespondensi satu-satu.

Peta Konsep

Relasi dan Fungsi
Relasi
Fungsi
Korespondensi Satu-satu
Pengertian
Menyajikan Relasi
Pengertian
Grafik Fungsi
Rumus Fungsi
Domain Kodomain Range
Rumus Fungsi
Diagram Panah
Himpunan Pasangan Berurutan
Diagram Cartesius

A. Memahami Relasi

1. Pengertian Himpunan

Dapatkah kalian memahami terhadap bagan silsilah keluarga pada Gambar 4.2 berikut?

Gambar 4.2 Diagram Pohon Keluarga

Pada Gambar 4.2 di atas menunjukkan silsilah pohon keluarga tertentu yang menghubungkan antara orang tua dengan anak-anaknya, yaitu keluarga besar Bani Madhuri. Adapun anak panah yang menghubungkan diantara mereka adalah mewakili pasangan antara orang tua dengan anaknya, yaitu memiliki hubungan adalah "mempunyai anak". Anak pertama dari Bani Madhuri adalah Sulastri, anak kedua adalah M. Idris, anak ketiga adalah A. Halim, dan anak keempat adalah M. Tohir.

Apabila dimisalkan himpunan A merupakan anak-anak dari Bani Madhuri tersebut, maka anggota himpunannya terdiri dari Sulastri, M. Idris, A. Halim, dan M. Tohir; sehingga anggota himpunannya bisa ditulis sebagai berikut.

A = {Sulastri, M. Idris, A. Halim, M. Tohir}

Jadi, banyak anggota dari himpunan A adalah ada 4 orang, dapat dinotasikan dengan $n(A) = 4$ atau disebut dengan kardinalitas himpunan, sedangkan cucu dari Bani Madhuri tersebut bisa dimisalkan sebagai himpunan B, yakni anggota himpunan B terdiri dari A. Wafi, Faisol, Aluk, Risqi, Hasbi, Alvin, Nazwa, dan Mu'arif; sehingga anggota himpunannya bisa ditulis sebagai berikut.

B = {A. Wafi, Faisol, Aluk, Risqi, Hasbi, Alvin, Najwa, Mu'arif}

Jadi, banyaknya anggota himpunan B adalah 8 orang, dinotasikan dengan $n(A) = 8$ atau disebut kardinalitas himpunan, sedangkan apabila dicermati antara himpunan B dan A, maka keduanya memiliki hubungan sebaliknya, yaitu hubungan sebagai "anak dari". Sedangkan anggota himpunan B dengan kedua orag tua tersebut dapat memiliki hubungan sebagai "cucu dari".

Dengan demikian, menunjukkan bahwa kedua himpuan tersebut sebagai salah satu jenis hubungan yang dapat dibentuk. Kemudian, coba kalian gunakan diagram pohon keluarga seperti pada Gambar 4.2 di atas untuk masing-masing silsilah keluarga kalian.

Pengertian:

Himpunan adalah kumpulan dari beberapa objek tertentu yang dapat diidentifikasi dengan jelas.

Pengertian:

Himpunan semesta adalah himpunan yang memuat seluruh anggota tertentu yang sedang dibicarakan dan dilambangkan dengan huruf S.

Pengertian:

Kardinalitas himpunan adalah bilangan yang menunjukkan banyaknya anggota himpunan dalam himpunan tertentu dan dinotasikan dengan $n(A)$.

2. Penyajian Himpunan

Gambar 4.3 Berbagai jenis makanan dari Jagung

Tahukah kalian bahwa bahan baku masakan tersebut adalah jagung? Namun, itu dapat dibuat dalam berbagai rasa, bentuk, dan tampilan. Demikian pula, himpunan dapat disajikan dalam beberapa cara tanpa mengubah maknanya.

Ada tiga cara untuk menyatakan himpunan tanpa mengubah maknanya, yaitu sebagai berikut.

1) Cara Deskripsi: Himpunan dinyatakan dengan cara kata-kata

Himpunan dapat direpresentasikan dengan menggambarkan karakteristik yang dimiliki setiap anggota himpunan.

Contoh 4.1

Himpunan A = {huruf vokal alfabet latin}
Himpunan B = {kumpulan hewan ternak}
Himpunan C = {bilangan prima kurang dari tujuh belas}
Himpunan D = {bilangan ganjil antara 1 dan 15}

2) Cara Enumerasi: Himpunan dinyatakan dengan cara menyebutkan anggota-anggotanya

Anggota himpunan dapat dinyatakan dengan memberikan daftar semua anggotanya. Jika anggotanya banyak, cukup dilambangkan dengan tiga titik (...) yang artinya "dan seterusnya".

Contoh 4.2

Himpunan E = {a, i, u, e, o}

Himpunan F = {2, 3, 5, 7, 11, 17, 19}

Himpunan G = {2, 4, 6, 8, ... , 20}

Himpunan H = {..., –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, ...}

Pada himpunan F, semua anggota himpunan dituliskan. Sedangkan pada himpunan G, tidak semua anggota himpunan dituliskan anggotanya, hanya beberapa anggota yang awal, yaitu $2, 4, 6, 8$, dan anggota himpunan terakhir, yaitu 20. Jika anggotanya diurutkan dari angka $2, 4, 6,$... sampai dengan 20, dan apabila disebutkan jumlah anggotanya, ternyata ada 10 anggota.

Himpunan F dan G dinamakan sebagai **himpunan berhingga**.

Bilangan terbesar yang merupakan anggota himpunan H tidak dapat ditentukan karena tidak semua anggotanya dapat diapit oleh kurung kurawal. Jadi, jika banyak anggota dihitung, banyak anggota tidak terhingga.

Himpunan H dinamakan sebagai **himpunan tak berhingga**.

Kemudian, coba temukan minimal 5 contoh untuk himpunan berhingga dan minimal 5 contoh juga untuk himpunan tak berhingga.

Petunjuk:

Penyajian himpunan tak berhingga lebih tepat direpresentasikan dengan cara notasi pembentuk himpunan.

3) Cara Notasi Himpunan: Himpunan dinyatakan dengan cara menggunakan notasi pembuat himpunan

Konstruktor himpunan bisa digunakan untuk mengekspresikan pembentuk himpunan. Bentuk umum dari notasi ini adalah $\{x \mid P(x)\}$, dengan simbol x melambangkan anggota himpunan dan

fungsi $P(x)$ menyatakan persyaratan yang harus dipenuhi oleh x tersebut untuk menjadi anggota himpunan. Variabel lain dapat juga digunakan untuk mengganti simbol x, seperti a, b, c, y, z, dan lain-lain.

Contoh 4.3

Himpunan A = $\{y \mid y > 10$, dengan y merupakan bilangan asli$\}$.

Himpunan B = $\{y \mid y < 20$, dengan y merupakan bilangan prima$\}$.

Himpunan C = $\{x \mid x < 8$, dan $x \in A\}$.

Himpunan D = $\{x \mid 1 < x < 9$, dengan x merupakan bilangan ganjil$\}$.

Himpunan E = $\{x \mid 3 < x < 12$, dengan x merupakan bilangan riil$\}$.

Untuk selanjutnya Bilangan Bulat bisa ditulis dengan huruf "B", Bilangan Cacah distulis dengan huruf "C" dan Bilangan Asli ditulis huruf "A".

Ayo Berpikir Kritis

Suatu himpunan yang diajukan dengan menunjukkan anggotanya, menurut Arifin, dapat disajikan hanya dalam satu cara, yaitu dengan menunjukkan sifat keanggotaannya. Menurut Bahrudin, himpunan yang disajikan oleh notasi pembentukan himpunan dapat ditentukan dengan hanya satu cara, yaitu dengan cara menuliskan anggota-anggotanya. Bagaimana menurut kalian? Jelaskan.

Ayo Berkomunikasi

1. Diketahui Himpunan A = {bilangan cacah kurang dari lima}.
   a. Apabila menggunakan cara Enumerasi, maka himpunan A dapat ditulis menjadi A = $\{0, 1,\ldots ,\ldots,\ldots\}$.
   b. Apabila dinyatakan dengan notasi pembentuk himpunannya, maka himpunan A dapat ditlus menjadi A = $\{x | x <$ ... , dan $x \in B\}$.

2. Diketahui Himpunan $B = \{x \mid -2 < x < 3$, dan $x \in B\}$.
   a. Apabila menggunakan cara Enumerasi, maka himpunan B dapat ditlis menjadi B = {-1,...,..., ...}.
   b. Apabila disajikan dengan menyebutkan sifat keanggota-anggotanya, maka himpunan B dapat ditulis menjadi B = {bilangan bulat lebih dari ... dan kurang dari ...}.
3. Apabila diketahui suatu himpunan $C = \{6, 8, 10, 12, 14, 16\}$; maka nyatakan himpunan C tersebut dengan cara:
   a. Deskripsi
   b. Enumerasi
   c. notasi himpunan
4. Apabila diketahui himpunan D = {suatu bilangan kurang dari 30 dan merupakan bilangan ganjil yang habis dibagi tiga}; maka nyatakan himpunan D tersebut dengan cara:
   a. notasi himpunan.
   b. menyatakan anggota-anggotanya.
5. Lengkapi Tabel berikut ini.

No.	Cara Deskripsi	Cara Enumerasi	Cara Notasi Himpunan
1.	E = {bilangan asli kurang dari 10}		
2.		$F = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$	
3.			$G = x \mid -5 < x \leq 4, x \in B$
4.	H = {bilangan ganjil kurang dari 16}		
5.			$I = \{x \mid 3 < x \leq 12, x \in A\}$
6.		$J = \{1, 2, 3, 4, 6, 12, 24\}$	
7.		$K = \{1, 4, 9, 16, 25\}$	
8.			$L = x \mid x = y^2, y \in A, y \neq 3$

Ayo Berpikir Kreatif

Diketahui himpunan $A = \{1, 4, 9, 16, 36, 49\}$. Bila dinyatakan dengan notasi pembentuk Himpunan, menjadi $A = \{x^2 \mid x \in B, x < 8 \text{ dan } x \neq 5\}$. Coba nyatakan himpunan A tersebut dengan menggunakan kata-kata atau deskripsi yang berbeda-beda sebanyak mungkin. Semakin banyak kalian menemukannya semakin bagus.

Ayo Mengingat Kembali

Pengertian:

Apabila Himpunan A merupakan himpunan bagian B, maka setiap anggota A juga menjadi anggota B yang dinotasikan dengan $A \in B$.

Apabila himpunan A bukan merupakan himpunan bagian B, maka terdapat anggota A yang bukan termasuk anggota B dengan notasi $A \in B$.

Ayo Berpikir Kreatif

Apabila himpunan $A = \{2, 4, 6, 8\}$; maka paling sedikit salah satu himpunan semestanya harus bilangan genap. Kalau kalian? Coba temukan sebanyak 3 himpunan semesta yang berbeda yang mungkin untuk himpunan A tersebut.

Ayo Berkomunikasi

Dari 50 siswa kelas 8 SMP Merdeka Belajar, ada sepuluh siswa yang menyukai sepak bola, bulu tangkis, dan bola basket. Siswa yang tidak menyukai ketiga permainan ini merupakan sepertiga dari mereka yang menyukai bola basket, dan lebih dari 15 siswa menyukai sepak bola.

Menurutmu dari ketiga olah raga tersebut, mana yang paling banyak disukai? Tulislah langkah-langkah untuk mendapatkan jawaban tersebut.

Ayo Berteknologi

Jika kalian ingin memepelajari contoh operasi pada himpunan dapat klik link berikut.
https://s.id/1uhnP

Penguatan Karakter

Setelah kalian mempelajari materi himpunan, selain memahami tentang materi himpunan itu sendiri dengan baik, tentu ada beberapa pesan moral yang bisa kalian peroleh setelah mempelajari himpunan. Pesan moral tersebut antara lain

1. Apabila diketahui himpunan $A = \{5, 6, 7, 8, 9\}$, maka himpunan semesta dari himpunan A akan berbeda-beda, namun semua benar. Ini berarti bahwa setiap orang memiliki sudut pandang dan pendapat yang berbeda karena setiap orang berpikir secara berbeda-beda. Walaupun berbeda-beda kalian tidak boleh terlalu mudah menyalahkan pendapat orang lain, tidak boleh memaksakan pendapat kepada orang lain karena ternyata semua pendapat itu ternyata benar.
2. Himpunan kosong adalah himpunan bagian dari semua himpunan. Kalau kalian memiliki hati yang bersih, tidak pernah berbohong, maka kalian akan diakui menjadi bagian dari banyak kelompok orang yang punya kepentingan berbeda-beda, kalian akan mempunyai teman yang banyak dari berbagai kelompok orang, sehingga punya jaringan yang luas dari berbagai kelompok masyarakat.
3. Banyak himpunan bagian dari suatu himpunan, ditentukan oleh banyak anggota dari himpunan tersebut. Kalau kalian mempunyai banyak teman, banyak bersilaturrahim maka kalian akan mendapatkan manfaat dan kebaikan yang banyak pula dari teman kalian.

3. Pengertian Relasi

Ayo Bereksplorasi

Gambar 4.4 Menu Rumah Makan

Andino berencana merayakan ulang tahunnya yang ke-13, ia meminta Natalia, Taufiq, Panggabean, dan Nyoman untuk bergabung di acara ulang tahunnya di restoran "ABC".

Restoran ABC menyajikan nasi goreng, sate, bakso, rawon, soto, dan rujak cingur. Berdasarkan daftar kesukaan mereka, setiap anak tidak memiliki pilihan makanan yang sama dan mereka memiliki kesukaan makanan yang berda.

a. Andino suka "rawon dan soto", untuk saat ini dia hanya memesan rawon.
b. Natalia suka "sate, rujak cingur, dan bakso", untuk saat ini dia hanya memesan rujak cingur.
c. Taufiq suka "nasi goreng dan sate", untuk saat ini dia hanya memesan nasi goreng.

d. Panggabean memesan bakso meskipun dia lebih suka "rawon, soto, dan bakso".

e. Nyoman suka "nasi goreng dan soto", untuk saat ini dia hanya memesan soto.

Apabila dimisalkan A merupakan himpunan anak, dan B merupakan himpunan makanan, maka anggota himpunan masing-masing adalah sebagai berikut:

A = {Andino, Natalia, Taufiq, Panggabean, Nyoman }

B = { nasi goreng, sate, bakso, rawon, soto, dan rujak cingur }

Berdasarkan informasi tersebut, maka makanan yang dipesan oleh masing-masing anak adalah Andino memesan soto, Natalia memesan bakso, Taufiq memesan sate, Panggabean memesan bakso, dan Nyoma memesan soto. Nama anak dan makanan yang dipesan merupakan pasangan berurutan yang dapat dikatakan sebagai relasi atau hubungan diantara keduanya, yaitu relasi antara nama anak dengan makanan yang dipesan di warung “ABC”.

Pengertian:

Relasi dari himpunan A ke himpunan B adalah hubungan dari masing-masing anggota himpunan A ke anggota himpunan B. Dengan kata lain, dapat dinyatakan bahwa hubungan dari himpunan A ke himpunan B dapat didefinisikan sebagai himpunan bagian dari $A \times B$ (A *cross* B). Adapun relasi dari himpunan A ke himpunan B dapat dikenalkan dengan tiga istilah, yaitu: (a) himpunan A dikenal sebagai daerah asal atau domain, (b) himpunan B dikenal sebagai daerah kawan atau kodomain, dan (c) himpunan bagian dari himpunan B yang semua elemennya mendapat pasangan dalam elemen-elemen himpunan A dapat disebut dengan Daerah Hasil atau *Range*.

Berdasarkan pengertian relasi di atas, menunjukkan bahwa daerah asalnya adalah A, dan daerah kawan adalah B. Sehingga relasinya dapat ditulis hubungan dari himpunan A ke himpunan B dan dapat

dituliskan juga bahwa pasangan berurutannya adalah {(Andino, soto), (Natalia, bakso), (Taufiq, sate), (Panggabean, bakso), dan (Nyoman, soto)}.

Sekarang, coba kalian temukan beberapa masalah yang terkait materi relasi.

1. Bentuk hubungan seperti apa yang mungkin dapat dibuat?
2. Bagaimana bentuk hubungan tersebut dapat diketahui dengan pasti?

Jika kalian masih belum mengerti tentang istilah Domain, Kodomain, dan Range, kalian dapat melihat di link berikut.
http://ringkas.kemdikbud.go.id/Domain

4. Penyajian Relasi

Hasil pengumpulan informasi mata pelajaran favorit oleh lima siswa kelas VIII dapat disajikan pada Tabel 4.1 berikut.

Tabel 4.1 Mata Pelajaran Favorit Siswa Kelas VIII

Siswa	Mata Pelajaran Favorit
Aisyah	Matematika dan IPA
Burhan	Kesenian, IPS, dan IPA
Cintia	Keterampilan dan Olahraga
Durahman	Bahasa Inggris dan Kesenian
Eiman	Keterampilan, IPA, dan Matematika

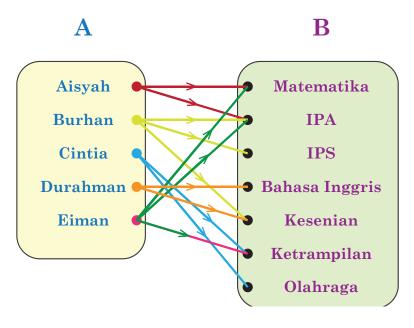
Silakan diskusikan untuk mempresentasikan temuan data topik yang diinginkan dalam tiga cara yang berbeda, yaitu: (1) diagram panah, (2) himpunan pasangan berurutan, dan (3) pemaparan koordinat.

Pembahasan

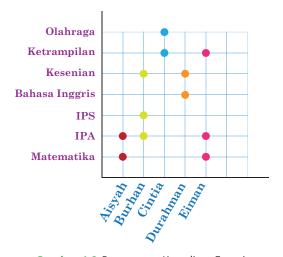
Informasi data pada Tabel 4.1 di halaman sebelumnya, dapat disajikan dengan tiga cara, yaitu cara diagram panah, cara diagram Cartesius, atau cara himpunan pasangan berurutan. Berikan perhatian khusus pada deskripsi berikut untuk memahami informasi data tersebut.

Misalkan himpunan A = {Aisyah, Burhan, Cintia, Durahman, Eiman}, himpunan B = {Matematika, IPA, IPS, Bahasa Inggris, Kesenian, Keterampilan, Olahraga}, dan "mata pelajaran favorit" adalah relasi antara himpunan A dan B.

Cara Pertama: Diagram Panah

Pada Gambar 4.5 menunjukkan adanya relasi "mata pelajaran favorit" dari himpunan A ke himpunan B. Anak panah mewakili anggota himpunan A yang terkait dengan anggota himpunan B.

Gambar 4.5 mata pelajaran favorit

Cara Kedua: Pemaparan Koordinat

Pemaparan Koordinat adalah pendekatan kedua untuk menggambarkan hubungan antara himpunan A dan B. Anggota himpunan A berada pada sumbu horizontal, sedangkan anggota himpunan B berada pada sumbu vertikal. Noktah atau titik melambangkan setiap pasangan anggota himpunan A yang terhubung dengan anggota himpunan B. Pada Gambar 4.5 menunjukkan pemaparan koordinat dari relasi "mata pelajaran favorit" berdasarkan data pada Tabel 4.1.

Gambar 4.6 Pemaparan Koordinat Favorit

Cara Ketiga: Himpunan Pasangan Berurutan

Jika data pada Tabel 4.1 di atas disajikan dengan cara pasangan berurutan, maka data tersebut dapat ditulis seperti uraian berikut.

Berikut ini penulisan dengan cara Himpunan Pasangan Berurutan dari himpunan A ke himpunan B.

{(Aisyah, Matematika), (Aisyah, IPA), (Burhan, IPA), (Burhan, IPS), (Burhan, Kesenian), (Cintia, Keterampilan), (Cintia, Olahraga), (Durahman, Bahasa Inggris), (Durahman, Kesenian), (Eiman, Matematika), (Eiman, IPA), (Eiman, Keterampilan)}

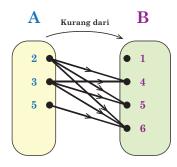
Penyajian pada uraian tersebut di atas mengilustrasikan bahwa ada tiga macam cara yang dapat digunakan untuk merepresentasikan hubungan antara himpunan A dan B.

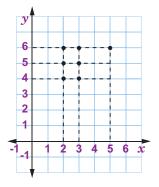
Contoh 4.4

Apabila diketahui suatu himpunan $A = \{2, 3, 5\}$; himpunan $B = \{1, 4, 5, 6\}$; dan relasi dari A ke B adalah "*kurang dari*", maka coba diskusikan bentuk relasi dari kedua himpunan tersebut:

1. sajikan dengan cara diagram panah, lalu tentukan: domain, kodomain dan range;
2. sajikan dengan cara koordinat Cartesius;
3. sajikan dengan cara himpunan pasangan berurutan.

Alternatif penyelesaian

1. diagram panah

Domain $= \{2, 3, 5\}$
Kodomain $= \{1, 4, 5, 6\}$
Range $= \{4, 5, 6\}$

2. koordinat Cartesius

3. himpunan pasangan berurutan

   Himpunan pasangan berurutan
   $= \{(2,4); (2,5); (2,6); (3,4); (3,5); (3,6); (5,6)\}$

Ayo Berkomunikasi

Diketahui ada dua himpunan bilangan, yaitu bilangan A = {bilangan bulat antara 2 dan 7} dan B = {enam bilangan cacah pertama}. Apabila relasi dari himpunan A ke himpunan B adalah "*satu lebihnya dari*", maka coba tentukan daerah domain, kodomain, dan rangenya.

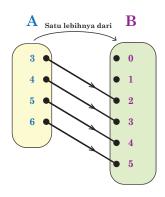
Jawaban Siswa A

Diketahui A = {bilangan bulat antara 2 dan 7}

B = {enam bilangan cacah pertama}

Lalu, mendaftar anggotanya dari kedua bilangan tersebut, yaitu:

$A = \{3, 4, 5, 6\}$ dan $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

Kemudian, untuk menentukan domain, kodomian, dan range dengan diagram panah

Berdasarkan diagram panah tersebut, didapat daerah ketiganya adalah

Domain $= \{3, 4, 5, 6\}$

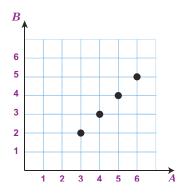
Kodomain $= \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

Range $= \{2, 3, 4, 5\}$

Jawaban Siswa B

Mendaftar anggotanya dari kedua bilangan tersebut, yaitu:

$A = \{3, 4, 5, 6\}$ dan $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

Untuk menentukan domain, kodomain, dan range dengan diagram Cartesius

Dengan demikian, didapat

Domain $= \{3, 4, 5, 6\}$

Kodomain $= \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

Range $= \{2, 3, 4, 5\}$

Jawaban Siswa C

Mendaftar anggotanya dari kedua bilangan tersebut, yaitu:

$A = \{3, 4, 5, 6\}$ dan $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

Relasi dari himpunan A ke himpunan B adalah "*satu lebihnya dari*", maka himpunan pasangan berurutannya adalah $\{(3, 2), (4, 3), (5, 4), (6, 5)\}$

Oleh karena itu, maka daerah domain, kodomain, dan rangenya didapat:

Domain $= \{3, 4, 5, 6\}$

Kodomain $= \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

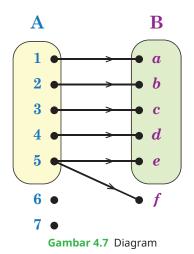
Range $= \{2, 3, 4, 5\}$

Ada tiga siswa yang menjawab soal tersebut dengan cara yang berbeda. Manakah dari jawaban ketiga siswa yang paling mudah menurut kalian? Mengapa? Apa yang harus dipertimbangkan dalam mengomunikasikan yang baik?

Diketahui himpunan $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, dan himpunan $B = \{4, 9, 16, 25, 36, 49\}$; relasi antara anggota himpunan A dan B adalah akar dari. Hubungan ini dapat dinyatakan dalam pasangan berurutan, seperti $(2,4)$, yang menunjukkan dua faktor dari empat; $(3,9)$, yang berarti tiga hasil akar dari sembilan; dan seterusnya. Jadi, himpunan

relasi dari pasangan terurut adalah $\{(2,4); (3,9); (5,25); (6,36); (7,49)\}$. Cobalah temukan untuk membuat setidaknya tiga contoh lebih lanjut dari hubungan antara anggota himpunan A dan B, coba temukan 3 macam relasi lain yang berbeda dari A dan B. Hubungan tersebut kemudian dapat ditunjukkan dengan menggunakan cara diagram panah, koordinat Cartesius, dan himpunan pasangan berurutan.

Ayo Berpikir Kritis

Perhatikan Gambar 4.7 pada halaman berikut.

Gambar 4.7 Diagram

Durahman mengatakan bahwa diagram pada Gambar 4.7 termasuk bukan relasi, karena ada satu anggota yang bukan merupakan anggota dari himpunan B dipasangkan dengan anggota himpunan A, yaitu bilangan 5 dipasangkan dengan huruf f. Akan tetapi, hubungan dari himpunan A ke himpunan B merupakan relasi". Sedangkan Bahrudin mengatakan bahwa "diagram pada Gambar 4.7 termasuk relasi, meskipun ada satu anggota yang bukan merupakan anggota dari himpunan B dipasangkan dengan anggota himpunan A, yaitu bilangan 5 dipasangkan dengan huruf f. Akan tetapi, hubungan dari himpunan A ke himpunan B bukan merupakan relasi". Bu Muhas menyimak terhadap kedua pendapat tersebut dan memberikan tanggapan bahwa pernyataan yang tepat adalah pendapat Pak Durahman. Apakah kalian setuju dengan tanggapan Bu Muhas? Coba jelaskan alasan kalian.

Ayo Berteknologi

Setelah kalian mempelajari materi relasi pada buku ini, coba kalian kembangkan pengetahuan kalian tentang relasi dengan mengunjungi laman berikut.

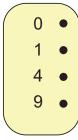
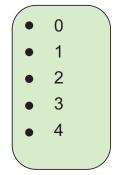
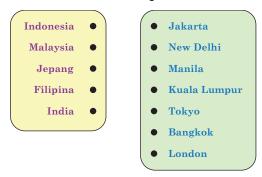
Cara Mudah Memahami Relasi.
s.id/1uhod

Pengembangan Materi Relasi.
http://ringkas.kemdikbud.go.id/MateriRelasi

Soal Latihan 4.1

Ayo Berpikir Kreatif

1. Apabila diketahui himpunan $A = \{2, 3, 4, 6, 8, 10\}$ dan himpunan $B = \{1, 2, 3, 5\}$; maka kemungkinan relasi antara anggota himpunan A dan B adalah dua kali dari. Hasilnya, himpunan pasangan berurutan dari relasi tersebut adalah $\{(2,1); (4,2); (6,3); (10,5)\}$. Dapatkah kalian menemukan setidaknya tiga contoh lebih lanjut dari hubungan antara anggota himpunan A dan B? Hubungan tersebut kemudian ditunjukkan dengan menggunakan diagram panah, koordinat Cartesius, dan himpunan pasangan berurutan.

2. Berdasarkan diagram berikut ini, bagaimana cara menentukan aturan relasi yang mungkin didapat? Jelaskan.

3. Perhatikan dua himpunan berikut.

   a. Cobalah identifikasi kemungkinan hubungan antara dua himpunan tersebut.
   b. Berdasarkan hubungan tersebut yang telah kalian buat, coba gambar diagram panahnya yang menghubungkan setiap anggota himpunan A ke setiap anggota himpunan B.

4. Diketahui Himpunan $C = \{3, 4\}$; himpunan $D = \{3, 4, 5\}$; dan relasi dari himpunan C ke D adalah "kurang dari". Nyatakan relasi tersebut dalam tiga cara berikut:
   a. Diagram panah
   b. Diagram Cartesius
   c. Himpunan pasangan berurutan

5. Apabila relasi himpunan E ke F merupakan "akar dari" dengan diketahui himpunan $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ dan himpunan $F = \{1, 2, 4, 9, 12, 16, 20, 25, 36, 49\}$, maka nyatakan relasi tersebut dengan tiga cara berikut ini:
   a. himpunan pasangan berurutan.
   b. diagram panah;
   c. diagram Cartesius.

6. Tunjukkan hubungan antara dua himpunan di bawah ini dengan menggunakan cara diagram panah, diagram Cartesius, atau himpunan pasangan berurutan.
   a. Apabila diketahui himpunan $P = \{2, 6, 8, 9, 15, 17, 21\}$ dan Q = {3, 4, 5, 7}; maka nyatakan hubungan dari himpunan

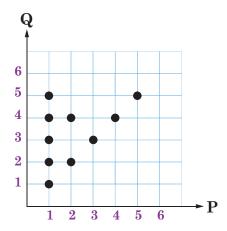
P ke himpunan Q yang relasinya "kelipatan dari" dengan menggunakan cara diagram panah.

b. Apabila diketahui $R = \{2, 3, 5, 9, 12\}$ dan $S = \{1, 4, 7, 10, 13\}$; maka nyatakan hubungan dari himpunan R ke himpunan S yang relasinya "satu lebihnya dari" dengan menggunakan cara diagram cartesius.

c. Apabila diketahui $T = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ dan $U = \{3, 4, 5, 6, 8\}$;, maka nyatakan hubungan dari himpunan T ke himpunan U yang relasinya "faktor dari" dengan menggunakan cara himpunan pasangan berurutan

Ayo Berpikir Kritis

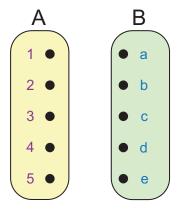
7. Apabila diketahui dua himpunan K dan L, yaitu K = {0, 1, 2, 3} dan L = {0, 2, 4, 6, 8}. Tuliskan sebanyak mungkin hubungan yang dapat kalain temukan dari himpunan K ke himpunan L dan nyatakan dalam tiga cara yang telah kalian pelajari.

8. Perhatikan Gambar berikut.

Berdasarkan pemaparan koordinat pada Gambar di atas, tentukan relasi yang mungkin terbentuk, kemudian nyatakanlah dengan cara Diagram Panah dan Himpunan Pasangan Berurutan.

9. Doni, Alif, Sinta, Burhan, Durahman, dan Ridlo termasuk enam siswa kelas VIII SMP Merdeka Belajar. Mereka memiliki banyak ukuran sepatu. Doni dan Sinta memakai ukuran sepatu yang sama,

yaitu ukuran 38. Alif memakai sepatu ukuran 37. Burhan memakai sepatu ukuran 40. Sementara itu, Durahman dan Ridlo sama-sama memakai sepatu ukuran 39.

a. Nyatakanlah dengan cara Diagram Panah yang dapat menghubungkan antara nama siswa kelas VIII SMP Merdeka Belajar dengan ukuran sepatunya.
b. Gunakan koordinat Cartesius untuk menggambar hubungan relasi tersebut.
c. Nyatakanlah dengan cara himpunan pasangan berurutan yang dapat dibentuk hubungan relasi tersebut.

10. Perhatikan gambar berikut ini.

Candra menyatakan "Meskipun kedua himpunan tidak memiliki satu hubungan di antara mereka, diagram pada gambar di samping ini dapat diklaim sebagai relasi. Hubungannya adalah tidak ada hubungan atau himpunan kosong. Dahlan menyatakan bahwa "Diagram pada gambar di samping ini tidak dapat diklaim sebagai suatu relasi karena dua himpunan tidak ada satu anggota pun yang berpasangan dengan yang lain, namun tetap dianggap sebagai suatu relasi. Sehingga tidak memiliki relasi antara kedua himpunan tersebut". Pak Mamad mengatakan bahwa pernyataan yang benar adalah milik Candra. Setujukah kalian dengan jawaban Pak Mamad? Apa alasanmu, jelaskan.

B. Memahami Fungsi

1. Karakteristik Fungsi

Melalui kegiatan mencari pesan yang cocok pada suatu kode sandi, kalian akan belajar dan memahami karakteristik fungsi.

Pak Ahmad memberikan suatu pesan kepada Rudi seperti Gambar 4.8 berikut. Dapatkah kalian membantu Rudi dalam memahami pesan tersebut?

Gambar 4.8 Rudi membaca pesan

Tentu kalian juga akan kebingungan membaca pesan tersebut tanpa mengetahui pesan lain yang cocok. Berbeda halnya jika kalian diberikan kode pesan lain oleh Pak Ahmad seperti berikut ini.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c

Berdasarkan kode pada pesan kata sandi di atas menunjukkan bahwa huruf **A** dapat di tulis dengan huruf *d*, huruf **B** dapat di tulis dengan *e*, huruf **C** dapat di tulis dengan *f* dan begitu juga huruf-huruf berikutnya, sehingga pesan kata sandi yang diberikan kepada Rudi oleh Pak Ahmad pada Gambar 4.8 memiliki arti seperti berikut ini.

KUNCINYA LIHAT DI BAWAH POHON MAWAR

Oleh karena itu, sekarang pesan kata sandi tersebut telah memiliki arti yang jelas.

Ayo Berpikir Kreatif

Ada berbagai kelompok benda atau bentuk lain dalam kehidupan sehari-hari yang memiliki pasangan yang cocok dan hanya tepat satu. Berikan contoh yang lain benda ataupun hal lain yang hanya memiliki satu pasangan yang cocok.

2. Ciri-Ciri Fungsi

Ayo Mencoba

Perhatikan panduan pembuatan kata sandi berikut:

Aturan I:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c

Aturan II:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
k	i	j	h	g	f	e	d	c	b	a	z	y	x	w	v	u	t	s	r	q	p	o	n	m	l

Aturan III:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q

Aturan IV:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
z	y	x	w	v	u	t	s	r	q	p	o	n	m	l	k	j	i	h	g	f	e	d	c	b	a

Kemudian, perhatikan juga daftar nama hewan berikut ini.

1. Komodo
2. Harimau
3. jalak
4. CENDRAWASIH
5. GAJAH

Nama-nama hewan yang disebutkan di atas adalah beberapa nama hewan langka yang harus dilindungi. Dengan menggunakan panduan yang diuraikan di atas, kalian dapat mengubah nama hewan menjadi kata sandi. Untuk menghindari sekedar membayangkan, pertimbangkan untuk melengkapi Tabel 4.2 (mungkin dalam *spreadsheet* yang berbeda) dengan memperhatikan kata sandi yang dibuat.

Tabel 4.2 Aturan Kata Sandi

Kata Asal	Setiap Kata Sandi yang Dihasilkan oleh Aturan Terkait			
	Aturan I	Aturan II	Aturan III	Aturan IV
Komodo				
Harimau				
jalak				
CENDRAWASIH				
GAJAH				

Periksa untuk melihat apakah kata sandi untuk setiap nama hewan memiliki sifat tunggal. Apakah setiap nama dikodekan menggunakan satu sandi saja?

Beberapa kemungkinan kata sandi dapat ditemukan pada tabel di bawah ini jika kalian bekerja cukup keras. Lengkapi isi tabel di bawah ini.

Kata Asal	Setiap Kata Sandi yang Dihasilkan oleh Aturan Terkait			
	Aturan I	Aturan II	Aturan III	Aturan IV
Komodo	*nrprgr*			
Harimau		*dktcykq*		
jalak				*qzozp*
CENDRAWASIH			*35e4i1n1j98*	
GAJAH		*ekbkd*		

Kalian berhak mengajukan beberapa pertanyaan tertentu sebagai pemikir kritis dan kreatif. Berikut ini sebagai contoh:

1. Aturan manakah yang paling aman digunakan mulai dari aturan I hingga aturan IV? Mengapa demikian?
2. Kata "GAJAH" disandikan sebagai "*ekbkd*" menurut aturan II. Apa keuntungan dan kerugian dari aturan pengkodean ini?
3. Cari sedikitnya tiga pertanyaan lain yang sesuai dengan aturan penggunaan sandi seperti permasalahan di atas.

Sandi aman adalah sandi yang sulit/tidak dapat ditebak atau dipecahkan dengan menggunakan alat bantu apapun.

Pengertian:

Fungsi adalah relasi khusus yang menghubungkan setiap anggota daerah asal dengan tepat satu anggota daerah kawan.

Ayo Berpikir Kritis

Tasya mengatakan bahwa setiap relasi pasti bisa disebut sebagai fungsi, akan tetapi setiap fungsi belum tentu disebut sebagai relasi. Sedangkan Rosi justru mengatakan bahwa setiap relasi belum tentu bisa disebut sebagai fungsi, akan tetapi setiap fungsi pasti bisa disebut sebagai relasi. Mereka berdua sepakat bahwa pendapatnya adalah benar. Setujukah kalian dengan salah satu pendapat dari meraka? Jelaskan.

Contoh 4.5

Misalkan diketahui himpunan $P = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ dan himpunan $Q = \{4, 5, 7, 9\}$. "satu lebihnya dari" adalah relasi yang ditentukan. Apakah hubungan antara P dan Q merupakan fungsi?

Alternatif penyelesaian

Lakukan langkah-langkah berikut untuk menentukan apakah hubungan dari himpunan P ke himpunan Q merupakan fungsi atau bukan.

Hubungan antara himpunan P dan Q diketahui adalah satu lebihnya dari.

Jadi, kumpulan pasangan berurutan dapat digunakan untuk menggambarkan hubungan ini, yaitu $\{(5{,}4), (6{,}5)\}$.

Periksa anggota himpunan P yang tidak terhubung ke himpunan Q.

Angka-angka 3, 4, dan 7 adalah anggota himpunan P yang tidak memiliki pasangan di himpunan Q.

Kasus seperti ini dikarenakan tidak ada bilangan x dalam himpunan Q yaitu "3 adalah satu lebihnya dari x dalam himpunan Q", "4 adalah satu lebihnya dari x dalam himpunan Q", atau "7 adalah satu lebihnya dari x dalam himpunan Q".

Dikarenakan ada anggota himpunan P tidak memiliki pasangan di himpunan Q, maka relasi ini bukan merupakan fungsi dari himpunan P ke himpunan Q.

Contoh 4.6

Misalkan diketahui himpunan $R = \{3, 6, 9, 12\}$ dan himpunan S = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. "Anggota R adalah tiga kali anggota S" merupakan relasi yang telah ditentukan. Apakah relasi himpunan R dan S merupakan fungsi?

Alternatif penyelesaian

Lakukan langkah-langkah berikut untuk menentukan apakah relasi dari himpunan R ke himpunan S merupakan fungsi atau bukan fungsi.

Diketahui bahwa relasi dari himpunan R ke himpunan S diketahui merupakan anggota himpunan R tiga kali anggota himpunan S.

Kemudian dapat dinyatakan dalam bentuk pasangan berurutan seperti berikut ini: $\{(3, 1); (6, 2); (9, 3); (12, 4)\}$.

Coba kalian perhatikan, berbeda dengan contoh soal sebelumnya bahwa setiap anggota R mempunyai pasangan ke S, meskipun anggota di S beberapa tidak memiliki pasangan, yakni: Beberapa anggota S yang tidak berpasangan adalah *6* dan 7

Oleh karena itu, relasi ini merupakan fungsi dari himpunan R ke himpunan S, karena setiap anggota himpunan R memiliki pasangan di himpunan S.

Ayo Bereksplorasi

Perhatikan dengan cermat pada Tabel 4.3, pahami dan temukan alasan terkait karakteristik contoh fungsi dan bukan fungsi. Komunikasi hasil temuan kalian dengan penjelasan yang lugas dan menarik. Apabila diketahui relasi dari himpunan P ke Q adalah $P = \{1, 2, 3\}$ dan $Q = \{a, b\}$, maka Tabel 4.3 berikut contoh fungsi dan bukan fungsi yang dapat dibuat.

Tabel 4.3 Contoh Fungsi dan Bukan Fungsi

Contoh Fungsi	Contoh Bukan Fungsi
1. $\{(1, a); (2, a); (3, a)\}$	1. $\{(1, a); (2, a); (2, b)\}$
2. $\{(1, a); (2, a); (3, b)\}$	2. $\{(1, a); (1, b); (3, b)\}$
3. $\{(1, a); (2, b); (3, a)\}$	3. $\{(1, b); (2, b); (2, b)\}$
4. $\{(1, a); (2, b); (3, b)\}$	4. $\{(1, b); (3, a); (3,b)\}$
5. $\{(1, b); (2, a); (3, a)\}$	5. $\{(1, b); (2, a); (2, b)\}$
6. $\{(1, b); (2, b); (3, b)\}$	6. $\{(2, a); (2, b); (3, a)\}$
7. $\{(1, b); (2, a); (3, b)\}$	7. $\{(2, a); (2, b); (2, c)\}$
8. $\{(1, b); (2, b); (3, a)\}$	8. $\{(3, a); (3, b); (3, c)\}$

Coba pusatkan perhatikan kalian pada dua pertanyaan di bawah ini.

1. Apakah setiap anggota himpunan P terhubung dengan anggota himpunan Q?
2. Berapa banyak anggota himpunan Q yang terhubung pada satu anggota himpunan P?

Selanjutnya, lengkapilah isi Tabel 4.6 berikut ini.

Tabel 4.4 Statement Fungsi dan Bukan Fungsi

No.	Contoh Fungsi	Periksa apakah semua anggota himpunan P berpasangan dengan anggota himpunan Q? (YA/TIDAK)	Apakah hanya ada satu pasangan saja untuk semua anggota domain ke kodomain? (YA/TIDAK)
1	$\{(1, a); (2, a); (3, a)\}$		
2	$\{(1, a); (2, a); (3, b)\}$		
3	$\{(1, a); (2, b); (3, a)\}$		
4	$\{(1, a); (2, b); (3, b)\}$		

No.	Contoh Fungsi	Periksa apakah semua anggota himpunan *P* berpasangan dengan anggota himpunan *Q*? (YA/TIDAK)	Apakah hanya ada satu pasangan saja untuk semua anggota domain ke kodomain? (YA/TIDAK)
5	$\{(1, b); (2, a); (3, a)\}$		
6	$\{(1, b); (2, b); (3, b)\}$		
7	$\{(1, b); (2, a); (3, b)\}$		
8	$\{(1, b); (2, b); (3, a)\}$		

No.	Contoh Bukan Fungsi	Periksa apakah semua anggota himpunan *P* berpasangan dengan anggota himpunan *Q*? (YA/TIDAK)	Apakah hanya ada satu pasangan saja untuk semua anggota domain ke kodomain? (YA/TIDAK)
1	$\{(1, a); (2, a); (2, b)\}$		
2	$\{(1, a); (1, b); (3, b)\}$		
3	$\{(1, b); (2, b); (2, b)\}$		
4	$\{(1, b); (3, a); (3,b)\}$		
5	$\{(1, b); (2, a); (2, b)\}$		
6	$\{(2, a); (2, b); (3, a)\}$		
7	$\{(2, a); (2, b); (2, c)\}$		
8	$\{(3, a); (3, b); (3, c)\}$		

Kemudian, pada pada lembar kerja kalian, catat kesimpulan kalian berdasarkan kegiatan di atas.

Ayo Berpikir Kreatif

Buatlah hipotesis atau dugaan tentang sifat-sifat suatu fungsi dan tuliskan di atas kertas kalian.

Kemudian, coba diskusikanlah dengan rekan-rekan kelompok kalian tentang suatu fungsi yang dapat dibuat dengan menggabungkan dari kedua himpunan di bawah ini.

a. $K = \{1, 2, 3, 4\}$ *ke* $L = \{p, q\}$

b. $M = \{p, q\}$ *ke* $N = \{1, 2, 3, 4\}$

Berdasarkan kegiatan tersebut, coba kalian simpulkan.

Selanjutnya, cobalah kalian terapkan hasil kesimpulan tersebut dalam memeriksa apakah kesimpulan yang kalian dapatkan adalah benar atau tidak?

Menentukan Banyak Fungsi yang Mungkin

Diketahui $A = \{a\}$; $B = \{5, 7\}$ dan $C = \{x, y, z\}$

Sajikan dengan cara diagram panah terhadap fungsi berikut ini:

1. fungsi A ke B
2. fungsi A ke C
3. fungsi B ke C
4. fungsi C ke A
5. fungsi C ke B

Kemudian, lengkapi Tabel 4.5 berikut berdasarkan hasil kerja kalian dapatkan.

Tabel 4.5 Banyak Fungsi yang Mungkin

No.	Fungsi	Banyak Anggota Domain	Banyak Anggota Kodomain	Banyak Fungsi yang Mungkin
1.	fungsi A ke B	1	2	
2.	fungsi A ke C	1	3	

No.	Fungsi	Banyak Anggota Domain	Banyak Anggota Kodomain	Banyak Fungsi yang Mungkin
3.	fungsi B ke C	2	3	
4.	fungsi C ke A	3	1	
5.	fungsi C ke B	3	2	

Apa kesimpulan yang kalian dapatkan berdasarkan hasil pada tabel tersebut di atas? Jelaskan.

Ayo Berteknologi

Setelah kalian mempelajari materi fungsi pada buku ini, coba kalian kembangkan pengetahuan kalian tentang relasi dengan mengunjungi laman berikut dan melakukan kegiatan pencarian di Youtube berdasarkan kata kunci yang diberikan.

Cara Mudah Memahami Fungsi.
s.id/1uhoH

Syarat Fungsi.
Coba pelajari tentang konsep suatu fungsi melalui video di Youtube, coba dengan kata pencarian "Syarat Fungsi atau Pemetaan"

Banyak Pemetaan.
Coba pelajari tentang konsep banyak pemetaan suatu fungsi melalui video di Youtube, coba dengan kata pencarian "banyak pemetaan".

Soal Latihan 4.2

1. Perhatikan dengan cermat terhadap aturan kata sandi berikut ini

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
q	w	e	r	t	y	u	i	o	p	a	s	d	f	g	h	j	k	l	z	x	c	v	b	n	m

Cobalah tulis makna pesan dari kata sandi berikut ini:

a. *uxkxax qrqsqi gkqfu zxqax ro ltagsqi*

b. *gkqfu zxqax qrqsqi uxkxax atzoaq ro kxdqi*

Kemudian, cobalah juga sandikan pesan berikut ini:

a. MATEMATIKA ADALAH KEHIDUPANKU

b. SAYA ANAK INDONESIA

2. Himpunan $A = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ dan himpunan $B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$.

   a. Apabila relasi nya adalah "setengah dari", maka tentukan anggota himpunan A yang mempunyai pasangan pada himpunan B. Apakah relasi tersebut merupakan fungsi?

   b. Apabila relasinya adalah "kuadrat dari", maka tentukan anggota himpunan B yang mempunyai pasangan pada himpunan A. Apakah relasi tersebut merupakan fungsi?

Ayo Berpikir Kritis

3. Farida mengatakan bahwa relasi itu dapat disebut sebagai himpunan bagian dari fungsi, sehingga kedudukan fungsi lebih tinggi dari pada relasi. Sedangkan Galih mengatakan bahwa saya tidak setuju dengan pendapat Farida. Setujukah kalian dengan pendapat Galih? Jelaskan.

Ayo Berkomunikasi

4. Coba perhatikan dan pahami contoh soal dan alternatif penyelesaiannya berikut. Kemudian coba kalian pikirkan informasi

apa yang perlu ditambahkan agar alternatif penyelesaian soal lebih komunikatif lagi.

Contoh 4.7

Apakah himpunan pasangan berurutan dari himpunan B ke himpunan A merupakan fungsi atau bukan fungsi, apabila diketahui himpunan B = $\{p, q\}$ dan himpunan A = $\{k, l, m, n\}$? Jelaskan.

1. $\{(p,k);(q,k)\}$
2. $\{(p,k);(q,l)\}$
3. $\{(p,k);(q,m)\}$
4. $\{(p,l);(q,n)\}$
4. $\{(p,m);(q,t)\}$
5. $\{(p,l);(p,m)\}$
6. $\{(q,n);(q,m);(p,k)\}$
7. $\{(p,k),(q,l);(p,t)\}$

Alternatif penyelesaian

Berikut ini merupakan alternatif penyelesaian yang mungkin didapat, apakah termasuk fungsi atau bukan fungsi dari himpunan B ke himpunan A, apabila himpunan $A = \{p, q\}$ dan himpunan A = $\{k, l, m, n\}$.

No.	Hubungan dari Himpunan B ke Himpunan A	Fungsi/Bukan Fungsi
1	$\{(p,k);(q,k)\}$	Fungsi
2	$\{(p,k);(q,l)\}$	Fungsi
3	$\{(p,k);(q,m)\}$	Fungsi
4	$\{(p,l);(q,n)\}$	Fungsi
5	$\{(p,m);(q,t)\}$	Fungsi
6	$\{(p,l);(p,m)\}$	Bukan Fungsi
7	$\{(q,n);(q,m);(p,k)\}$	Bukan Fungsi
8	$\{(p,k),(q,l);(p,t)\}$	Bukan Fungsi

5. Periksa apakah dua himpunan berikut ini termasuk fungsi atau bukan fungsi? Jelaskan.
   a. Diketahui bahwa himpunan P dan Q memiliki anggota masing-masing adalah P = {1, 2, 3, 4, 5} dan Q = {2, 3, 5, 7}. Apabila

"Faktor dari" adalah relasi yang ditentukan, maka dapatkah hubungan antara himpunan P dan Q disebut sebagai fungsi atau bukan fungsi?

b. Diketahui bahwa himpunan R dan S memiliki anggota masing-masing adalah $R = \{3, 4, 6, 8, 9, 12, 14, 18\}$ dan $S = \{1, 6, 9\}$. Apabila "Anggota R sepertiga kali anggota S" adalah relasi yang ditentukan, maka dapatkah hubungan antara himpunan R dan S disebut sebagai fungsi atau bukan fungsi?

Ayo Berpikir Kreatif

6. Apabila diketahui himpunan $C = \{3, 4, 5, 6\}$; himpunan $D = \{4, 5, 6, 7\}$; dan g merupakan fungsi dari himpunan C ke D, maka untuk fungsi g, identifikasi tiga aturan yang mungkin dapat digunakan dan nyatakan dengan cara himpunan pasangan berurutan.

7. Diketahui himpunan P merupakan himpunan kuadrat sempurna dari 1 sampai 100, sedangkan himpunan Q adalah himpunan kelipatan 1 sampai 100. Akar dari adalah relasi yang menghubungkan dari himpunan P ke himpunan Q.
   a. Sebutkan semua anggota himpunan P dan himpunan Q.
   b. Berdasarkan relasi tersebut, daftar semua pasangan berurutan yang mungkin didapat.
   c. Apakah relasi tersebut di atas merupakan fungsi atau bukan fungsi?
   d. Apabila relasi tersebut merupakan fungsi, maka sertakan domain, kodomain, dan daerah hasilnya.

8. Diketahui himpunan $E = \{p, q\}$ dan himpunan $F = \{ 2, 3, 4 \}$
   a. Nyatakan dengan cara himpunan pasangan berurutan yang membentuk fungsi dari himpunan E ke himpunan F.
   b. Temukan ada berapa banyak yang dapat dikatakan fungsi dari himpunan E ke himpunan F.

9. Diberikan dua item berikut, tentukan banyaknya fungsi dari himpunan G ke himpunan H:
   a. G = {warna lampu lalu lintas} dan H = {warna pelangi}
   b. $G = \{x \mid x < 7, x \in \text{Bilangan Asli}\}$ dan $H = \{-2 \leq x < 6, x \in \text{Bilangan Bulat}\}$
   c. G = {huruf pembentuk kata "INDONESIA"} dan H = {huruf vokal}

Ayo Berpikir Kritis

10. Bola voli, renang, sepak bola, dan bola basket adalah satu-satunya cabang olahraga yang ditawarkan di SMP Merdeka Belajar. Dido, Fauzi, Eiman, dan Firman semuanya merupakan pemain olahraga yang berbeda-beda. Olahraga yang dimainkan Fauzi tidak menggunakan bola. Eiman seumuran lebih tua dengan pemain bola voli. Eiman dan Firman tidak bermain sepak bola. Bisakah kalian membantu dalam mencari tahu siapa pemain bola voli itu? Jelaskan alasanmu.

3. Bentuk Penyajian Fungsi

Ayo Bereksplorasi

Berikut ini adalah ketentuan tarif yang diberlakukan oleh perusahaan taksi:

1. Biaya tarif awal sebesar Rp7.500,00 dan tarif per kilometer sebesar Rp3.000,00.
2. Berapa besar tarif yang dibutuhkan untuk perjalanan sejauh 20 km, 25 km, 30 km?
3. Dapatkah kalian menetapkan tarif untuk perjalanan sejauh 36 km?

Sejauh berapa kilometer yang dibutuhkan untuk uang sebesar Rp154.500,00.

Hitungan aritmetika:

Untuk biaya 20 km = Rp7.500,00 + 20 × Rp3.000,00 = Rp67.500,00

Untuk biaya 25 km = Rp7.500,00 + 25 × Rp3.000,00 = Rp82.500,00

Untuk biaya 30 km = Rp7.500,00 + 30 × Rp3.000,00 = Rp97.500,00

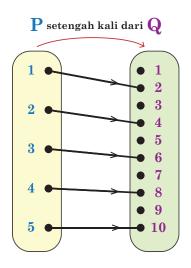
Bagaimanakah cara kalian menentukan rumus fungsinya?

Sekarang, coba kalian perhatikan dengan cermat beberapa cara berikut dalam menyajikan fungsi yang sering digunakan dalam matematika, sebelum menghitung rumus fungsi.

Misalkan suatu fungsi f diterapkan dari himpunan $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ke himpunan $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. "setengah kali dari" merupakan relasi yang ditentukan.

Masalah ini dapat dinyatakan dalam lima cara, yaitu berikut ini.

Cara Pertama: Diagram Panah

Misalkan suatu fungsi f dihubungkan dari himpunan P ke Q dengan anggota masing-masing $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ dan $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Apabila "setengah kali dari" adalah relasi yang ditentukan, maka diagram berikut ini merupakan cara yang dapat digunakan untuk hubungan tersebut.

Cara kedua: Himpunan Pasangan Berurutan

Misalkan suatu fungsi f dihubungkan dari himpunan P ke Q dengan anggota masing-masing $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ dan $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Apabila "*setengah kali dari*" adalah relasi yang ditentukan, maka himpunan pasangan berikut ini merupakan cara yang dapat digunakan untuk hubungan tersebut.

$$f = \{(1, 2); (2, 4); (3, 6); (4, 8); (5, 10)\}$$

Cara ketiga: Persamaan Fungsi

Misalkan suatu fungsi f dihubungkan dari himpunan P ke Q dengan anggota masing-masing $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ dan $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Apabila "*setengah kali dari*" adalah relasi yang ditentukan, maka rumus fungsi berikut ini merupakan cara yang dapat digunakan untuk hubungan tersebut.

Perhatikan pola berikut untuk direpresentasikan dengan menggunakan rumus fungsi. Himpunan pasangan berurutan dari $\{(1, 2); (2, 4); (3, 6); (4, 8); (5, 10)\}$ dapat membentuk menjadi pola matematika sebagai berikut.

(1, 2)	menjadi	$(1, 2 \times 1)$
(2, 4)	menjadi	$(2, 2 \times 2)$
(3, 6)	menjadi	$(3, 2 \times 3)$
(4, 8)	menjadi	$(4, 2 \times 4)$
(5, 10)	menjaid	$(5, 2 \times 5)$

Pengertian:

Apabila anggota himpunan P disebut sebagai simbol x dan anggota himpunan Q disebut sebagai simbol y, maka didapat persamaan $x = \frac{1}{2}y$. Persamaan ini $x = \frac{1}{2}y$ dapat diubah menjadi persamaan $y = 2x$, bentuk persamaan seperti ini dapat ditulis dengan notasi dan rumus fungsi seperti berikut ini:

1. Notasi fungsi; $f : x \rightarrow y$ atau $f : x \rightarrow f(x)$ atau $f : x \rightarrow 2x$
2. Rumus fungsi; $f(x) = 2x$, untuk setiap $x \in P$

***Bentuk seperti inilah yang disebut sebagai persamaan fungsi*.**

Ayo Berpikir Kritis

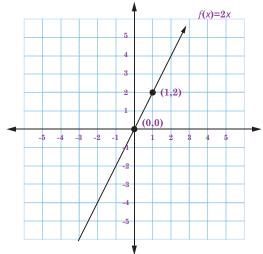
Herman mengatakan bahwa setiap fungsi pasti bisa dituliskan rumus fungsinya. Sedangkan Ida mengatakan bahwa setiap fungsi belum tentu bisa dituliskan rumus fungsinya. Mereka berdua sepakat bahwa pendapatnya adalah benar. Setujukah kalian dengan salah satu pendapat dari meraka? Jelaskan.

Cara keempat: Tabel

Misalkan suatu fungsi f dihubungkan dari himpunan P ke Q dengan anggota masing-masing $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ dan $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Apabila "*setengah kali dari*" adalah relasi yang ditentukan, maka tabel berikut ini merupakan cara yang dapat digunakan untuk hubungan tersebut.

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	2	4	6	8	10

Cara kelima: Grafik

Misalkan suatu fungsi f dihubungkan dari himpunan P ke Q dengan anggota masing-masing $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ dan $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Apabila "setengah kali dari" adalah relasi yang ditentukan, maka grafik berikut ini merupakan cara yang dapat digunakan untuk hubungan tersebut.

Berdasarkan pembahasan di halaman sebelumnya, menunjukkan bahwa ada ada lima cara untuk menyatakan suatu fungsi dari himpunan P ke Q.

Kemudian, kembali ke masalah awal penentuan rumus fungsi untuk masalah tarif taksi yang dibahas di atas.

Beberapa harga sewa taksi telah disampaikan sebelumnya, selanjutnya akan ditunjukkan lebih rinci seperti uraian berikut ini.

Besar biaya untuk 20 km = Rp7.500,00 + 20 × Rp3.000,00
= Rp67.500,00

Besar biaya untuk 25 km = Rp7.500,00 + 25 × Rp3.000,00
= Rp82.500,00

Besar biaya untuk 30 km = Rp7.500,00 + 30 × Rp3.000,00
= Rp97.500,00

Cobalah perhatikan dengan cermat terhadap angka yang muncul di setiap persamaan berikut:

Besar biaya untuk 20 km = Rp7.500,00 + 20 × Rp3.000,00
Besar biaya untuk 25 km = Rp7.500,00 + 25 × Rp3.000,00
Besar biaya untuk 30 km = Rp7.500,00 + 30 × Rp3.000,00

Perhatikan angka 20 di sebelah kiri dan angka 20 di sebelah kanan. Apa persamaan dan perbedaannya?
Perhatikan angka 7500 di sebelah kanan.

Untuk memastikannya, coba buat dan lengkapi Tabel 4.7 berikut.

Tabel 4.7 Besar Tarif Mobil Taksi

Jarak Tempuh	Cara Menentukan Tarif Taksi
$1\ km$	$7500 + 1 \times 3000$
$2\ km$	$7500 + 2 \times 3000$
$3\ km$	$7500 + 3 \times 3000$
$4\ km$	$7500 + 4 \times 3000$
$5\ km$	$7500 + 5 \times 3000$
$6\ km$	$7500 + 6 \times 3000$

Jarak Tempuh	Cara Menentukan Tarif Taksi
$7\ km$	$7500 + 7 \times 3000$
...	...
...	...
...	...
$x\ km$	$7500 + x \times 3000$

Jika $B(x)$ adalah tarif naik taksi untuk x kilometer, maka $B(x)$ dapat dinyatakan sebagai persamaan $B(x) = 3000x + 7500$.

Ayo Berpikir Kritis

Bentuk diagram panah, himpunan pasangan berurutan, persamaan fungsi, tabel, dan grafik adalah lima bentuk representasi fungsi yang paling populer dalam Matematika. Kelima cara menyajikan fungsi tersebut tidak harus digunakan untuk setiap mengerjakan suatu soal, akan tetapi tergantung pertanyaan yang diminta dalam soal tersebut. Jailani mengatakan bahwa setiap fungsi pasti dapat dinyatakan dengan kelima cara penyajian fungsi. Sedangkan Karim mengatakan bahwa setiap fungsi belum tentu dapat dinyatakan dengan kelima cara penyajian fungsi. Mereka berdua sepakat bahwa pendapatnya adalah benar. Setujukah kalian dengan salah satu pendapat dari meraka? Jelaskan.

4. Nilai Fungsi dan Bentuk Fungsi

Memahami nilai fungsi ini seringkali diperlukan rumus bentuk fungsinya. Pertimbangkan contoh soal berikut.

$$f(x) = 4x - 3$$

Simbol x merupakan variabel bebas dan simbol y atau fungsi $f(x)$ merupakan variabel terikat.

Materi seperti ini akan mengajarkan kalian bagaimana cara menghitung nilai suatu fungsi; yaitu untuk menghitung nilai suatu fungsi, maka substitusikan nilai variabel bebas ke dalam rumus fungsi yang telah ditentukan untuk mendapatkan nilai variabel terikatnya.

Contoh 4.8

Apabila diketahui fungsi $f: A \rightarrow B$ ditentukan oleh $f(x) = 4x - 3$ dengan $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ dan B adalah himpunan bilangan riil. Maka hitunglah daerah hasil dari fungsi f tersebut.

Alternatif penyelesaian

Diketahui $f(x) = 4x - 3$

Substitusikan setiap anggota domain A ke rumus fungsi $f(x)$, sehingga didapat.

$$\begin{aligned} f(-2) &= 4(-2) - 3 \\ &= -8 - 3 \\ &= -11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(1) &= 4(1) - 3 \\ &= 4 - 3 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(-1) &= 4(-1) - 3 \\ &= -4 - 3 \\ &= -7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(2) &= 4(2) - 3 \\ &= 8 - 3 \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(0) &= 4(0) - 3 \\ &= 0 - 3 \\ &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(3) &= 4(3) - 3 \\ &= 12 - 3 \\ &= 9 \end{aligned}$$

Jadi, daerah hasil dari fungsi f tersebut adalah $\{-11, -7, -3, 1, 5, 9\}$.

Contoh 4.9

Apabila diketahui fungsi $f(x) = 3x + 1$ dan $f(x) = -2$, maka hitunglah nilai dari x.

Alternatif penyelesaian

$f(x) = 3x + 1$ dan $f(x) = -2$

Diketahui $f(x) = 3x + 1$

maka didapat:

$$
\begin{aligned}
f(x) &= 3x + 1 \\
-2 &= 3x + 1 \\
-2 - 1 &= 3x \\
-3 &= 3x \\
x &= -1
\end{aligned}
$$

Jadi, nilai dari x adalah –1.

Contoh 4.10

Dikerahui fungsi linier f memiliki nilai -4 ketika nilai $x = -1$, dan memiliki nilai 5 ketika $x = 2$. Temukan rumus fungsinya.

Alternatif penyelesaian

Prosedur berikut dapat dilakukan untuk menemukan rumus fungsi liniernya pada saat memiliki nilai -4 ketika nilai $x = -1$, dan memiliki nilai 5 ketika $x = 2$.

Berdasarkan contoh soal 7 di atas, diketahui fungsi f merupakan fungsi linier. Oleh karena itu, fungsi f ini dapat disajikan dengan rumus umum $f(x) = ax + b$.

Sehingga didapat persamaan fungsi adalah $f(-1) = -4$ dan $f(2) = 5$.

$f(x) = ax + b$, maka $f(-1) = a(-1) + b = -4$

$$-a + b = -4 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$f(2) = a(2) + b = 5$$

$$2a + b = 5 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

dari persamaan (1) dan (2) diperoleh

$$
\begin{array}{r}
-a + b = -4 \\
2a + b = 5 \\
\hline
-3a = -9
\end{array}\ -
$$

$$a = 3$$

dari nilai $a = 3$ disubstitusikan ke salah satu permasaan, misalkan persamaan (2)

$$2a + b = 5$$
$$2(3) + b = 5$$
$$b = 5 - 6$$
$$b = -1$$

Sehingga nilai $a = 3$ dan $b = -1$

Jadi, rumus fungsi linier *f* adalah $f(x) = 3x - 1$.

Memahami nilai suatu fungsi memungkinkan juga dalam menentukan range atau daerah hasil dari fungsi tertentu yang telah didefinisikan pada himpunan bilangan riil.

Contoh 4.11

Apabila diketahui daerah asal suatu fungsi *f* dari nilai x ke bentuk $4x - 3$ adalah $\{x \mid -2 \leq x \leq 1, x \in R\}$. Hitunglah daerah hasilnya. (Keterangan; $x \in R$: x anggota himpunan bagian dari Bilangan Riil).

Alternatif penyelesaian

Lakukan prosedur berikut dalam menghitung daerah asal suatu fungsi *f* dari nilai x ke bentuk $4x - 3$ adalah $\{x \mid -2 \leq x \leq 1, x \in R\}$.

Diketahui daerah asal $-2 \leq x < 1$, suatu *f* dari nilai x ke bentuk

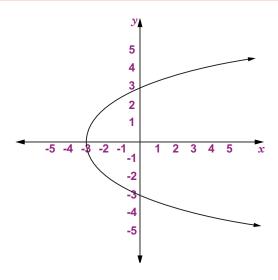
Ubahkah bentuk nilai x pada bentuk $4x - 3$, seperti berikut ini.

$$-2 \leq x < 1$$
$$-8 \leq 4x < 4 \quad \text{dikalikan } 4$$
$$-8 - 3 \leq 4x - 3 < 4 - 3 \quad \text{ditambah } -3$$
$$-11 \leq 4x - 3 < 1$$

Bentuk pertidaksamaan dari $-11 \leq 4x - 3 < 1$, dirumuskan dengan fungsi $f(x) = 4x - 3$, sehingga didapat $-11 \leq 4x - 3 < 1$

Jadi, daerah hasilnya adalah $\{f(x) \mid -11 \leq 4x - 3 < 1$.

Ayo Berpikir Kritis

Halim dan Mawardi mendiskusikan tentang model grafik berikut.

Halim berpendapat bahwa grafik tersebut di atas merupakan grafik fungsi linier. Pada sisi lain, Mawardi tidak setuju dengan pendapat Halim. Karena Mawardi mempunyai pendapat lain, yaitu menyatakan bahwa grafik tersebut tidak termasuk grafik fungsi linier. Apakah kalian setuju dengan pendapat Halim atau Mawardi? Jelaskan.

Ayo Berpikir Kreatif

Diketahui nilai $a = 3$ dan $b = 4$ dari rumus fungsi $f(x) = ax - 5$ dan $f(b) = 7$. Coba kalian temukan dengan beberapa alternatif penyelesaian yang mungkin didapat dalam menentukan nilai a dan b dengan nilai berbeda sehingga nilai a dan b merupakan bilangan bulat.

Ayo Berkomunikasi

Berikut soal nomor 2 Bagian A yang terdapat pada soal OSN SMP Tingkat Provinsi Tahun 2011 pada bidang Matematika.

Jika f adalah fungsi sehingga $f(xy) = f(x - y)$ dan $f(6) = 1$,
maka $f(-2) - f(4) = \ldots$

Manakah dari jawaban siswa berikut yang paling mudah menurut kalian? Mengapa? Apa yang harus dipertimbangkan dalam mengomunikasikan jawaban yang baik?

Siswa	Jawaban
Siswa A (Sosuke D. Aizen)	Faktor positif dari $6 = \{1, 2, 3, 6\}$ $f(xy) = f(x - y)$ $f(6.1) = f(6 - 1)$ $f(6) = f(5)$ $1 = f(5) \rightarrow f(5) = 1$ $f(xy) = f(x - y)$ $f(5.1) = f(5 - 1)$ $f(5) = f(4)$ $1 = f(4) \rightarrow f(4) = 1$ $f(xy) = f(x - y)$ $f(2.3) = f(2 - 3)$ $f(6) = f(-1)$ $1 = f(-1) \rightarrow f(-1) = 1$ $f(xy) = f(x - y)$ $f(-1.1) = f(-1 - 1)$ $f(-1) = f(-2)$ $1 = f(-2) \rightarrow f(-2) = 1$ Jadi $f(-2) - f(4) = 1 - 1 = 0$.

Siswa	Jawaban
Siswa B (Tutur Widodo)	Berdasarkan sifat fungsi f diperoleh, $f(-2) = f(2.(-1)) = f(2+1) = f(3)$ (1) dan $f(4) = f(4\,.\,1) = f(4-1) = f(3)$ (2) Berdasarkan pers.(1) dan pers.(2) didapat $f(-2) = f(4)$, sehingga $f(-2) - f(4) = 0$
Siswa C (Mohammad Tohir)	Diketahui fungsi $f(xy) = f(x-y)$ dan $f(6) = 1$ Kemudian mencari pola dari kedua persamaan diatas agar bisa diselesaikan, yakni: mencari faktor prima dari 6, yaitu $3 \cdot 2$ $f(6) = f(3 \times 2) = f(3-2) = 1$, maka $f(1) = 1$ sehingga untuk $f(2)$, $f(3)$, $f(4)$ dan seterusnya dicari juga faktor primanya masing-masing, yakni $f(2) = f(2 \times 1) = f(2-1) = f(1) = 1$ $f(3) = f(3 \times 1) = f(3-1) = f(2) = 1$ . . . . $f(n) = 1$ Dengan demikian, untuk $f(-2) = 1$ dan $f(4) = 1$, Sehingga didapat $f(-2) - f(4) = 1 - 1 = 0$ Jadi, nilai dari $f(-2) - f(4)$ adalah 0

Soal Latihan 4.3

1. Diketahui dua himpunan P dan Q, yaitu himpunan $P = \{0, 1, 4, 9\}$ dan himpunan $Q = \{0, 1, 2, 3, 4\}$.
   a. Tentukan hubungan fungsi dari P ke Q.

b. Gunakan diagram panah untuk mendemonstrasikan fungsi tersebut.
c. Nyatakan fungsi tersebut dengan menggunakan rumus fungsi.
d. Sebuah tabel harus digunakan untuk menyajikan fungsi tersebut.
e. Nyatakan fungsi sebagai dengan menggunakan grafik.

Ayo Berpikir Kritis

2. Ada tiga cara untuk merepresentasikan suatu relasi: diagram panah, diagram Cartesius, dan himpunan pasangan berurutan. Sedangkan dengan cara grafik, tabel, himpunan pasangan berurutan, diagram panah, dan persamaan fungsi adalah lima cara berbeda untuk menyajikan suatu fungsi. Rika mengatakan bahwa kasus tertentu dapat dinyatakan dengan cara diagram cartesius dan grafik, keduanya merupakan dua cara yang sama dalam menyajikan relasi dan fungsi. Tetapi Miftah tidak setuju dengan pendapat Rika, justru pada kasus tertentu dapat dinyatakan dengan diagram Cartesius pada materi relasi dengan kasus tertentu dapat dinyatakan dengan grafik pada materi fungsi, keduanya merupakan dua cara yang berbeda. Kalau kalian, setujukah kalian dengan pendapat Miftah? Jelaskan.

3. Jika diketahui suatu fungsi f dengan daerah asal $A = \{6, 8, 10, 12\}$; daerah kawan merupakan himpunan bilangan asli, dan fungsi liniernya adalah $f(x) = 3x - 4$; maka:
   a. Tentukan nilai dari $f(6)$, $f(8)$, $f(10)$, dan $f(12)$. Coba simpulkan apa sajakah yang dapat kalian dapatkan?
   b. Sajikan fungsi linier tersebut dalam bentuk tabel.
   c. Tentukan daerah hasil dari fungsi linier tersebut.
   d. Sajikan fungsi linier tersebut dalam bentuk grafik.

4. Tentukan nilai dari suatu fungsi berikut ini.
   a. Apabila diketahui suatu fungsi h dengan rumus $h(x) = ax + 9$ Tentukan nilai fungsi h tersebut untuk nilai $x = 3$ adalah -6.
      1) Temukan persamaan fungsi h. Kemudian Jelaskan.

2) Hitunglah nilai fungsi h untuk nilai $x = 6$.

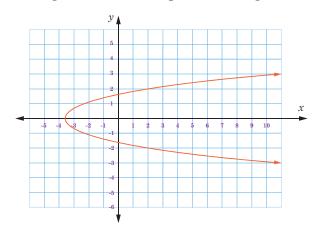
3) Tentukan ada berapakah banyak nilai elemen domain yang bernilai positif.

b. Apabila diketahui suatu fungsi f dengan rumus fungsi $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$, maka tentukan nilai fungsi $f(x)$ untuk nilai $x = 2$ dan $x = -3$.

Ayo Berpikir Kreatif

5. Diketahui fungsi $f(x) = ax + 8$ dan $f(b) = -10$. Nilai a dan b berturut-turut yang mungkin adalah -3 dan 6. Kalau kalian, coba temukan semua nilai a dan b yang berbeda sehingga nilai a dan b merupakan bilangan bulat. Jelaskan.

6. Jika diketahui fungsi $f(n+1) = \frac{2f(n)+1}{2}$ untuk $n = 1, 2, 3, \ldots$, dan $f(1) = 2$, maka tentukan nilai dari $f(2023)$.

7. Grafik di bawah ini mendefinisikan fungsi n dari himpunan bilangan riil R ke himpunan bilangan riil R.

Nyatakan fungsi tersebut dengan tiga cara berikut ini:

a. pasangan berurutan

b. diagram panah

c. tabel

8. Misalkan f adalah fungsi yang didefinisikan $f(x.y) = \frac{f(x)}{y}$ dengan x dan y bilangan riil. Tentukan $f(600)$ jika diketahui $f(500) = 3.$

9. Ada sebuah tempat penampungan air di dalam rumah. Melalui kanal, air masuk bak mandi dari reservoir. Ketinggian air bak mandi mencapai 23 liter setelah 3 menit, dan menjadi 47 liter setelah 7 menit. Banyaknya air di bak mandi setelah diisikan selama t menit diberikan oleh $V(t) = (V_0 + at)$ liter, di mana V_0 adalah volume air dalam bak sebelum diisikan dan a adalah laju aliran air per menit.

    a. Hitunglah volume air pada bak mandi sebelum sebelum diisikan air.

    b. Berapa banyak air yang tersisa di bak mandi setelah 15 menit?

10. Perhatikan dengan cermat pada Gambar 4.9 dan Gambar 4.10 berikut.

Gambar 4.9 Telur dan Krat Telur

Sumber: kemendikbud

Gambar 4.10 Telur dan Mangkok

Sumber: kemendikbud

Berdasarkan kedua Gambar tersebut, maka berikut ditunjukkan yang dapat disebut sebagai contoh fungsi dan contoh bukan fungsi.

a. Relasi dari telur ke wadah tersebut dapat disebut sebagai fungsi (Gambar 4.9). Mengapa? Jelaskan.

b. Sedangkan relasi dari wadah tersebut ke telur dapat disebut sebagai bukan fungsi (Gambar 4.9 dan 4.10). Mengapa? Jelaskan.

Sekarang, coba carilah contoh lain di sekeliling kalian yang dapat dikatakan sebagai fungsi dan bukan fungsi.

C. Korespondensi Satu-satu (Pengayaan)

Setelah mempelajari materi relasi dan fungsi, kalian akan terlibat dalam aktivitas pengembangan materi yang berhubungan dengan fungsi, khususnya korespondensi satu-satu. Berikan perhatian khusus pada uraian berikut untuk informasi lebih lanjut.

1. Pengertian Korespondensi Satu-satu

Perhatikan dengan cermat pada Gambar 4.11 di bawah, untuk memahami konsep korespondensi satu-satu, lihatlah deretan rumah di area tertentu atau dekat dengan rumah kalian. Setiap rumah dibedakan dari yang lain dengan nomor rumah yang unik. Apakah mungkin untuk memiliki dua nomor rumah di satu perumahan? Apakah juga ada kemungkinan dua rumah berbagi nomor rumah yang sama? Secara alami, jawabannya adalah tidak. Korespondensi satu-satu merupakan fungsi khusus yang menghubungkan rumah dengan nomornya.

Gambar 4.11 deretan rumah

Ada lima siswa telah memiliki nomor induk sekolah di SMP Semangat 45, kelima siswa tersebut tentunya memiliki nomor induk khusus buat nomor induk masing-masing yang tidak akan dimiliki oleh siswa lain, yakni seperti berikut.

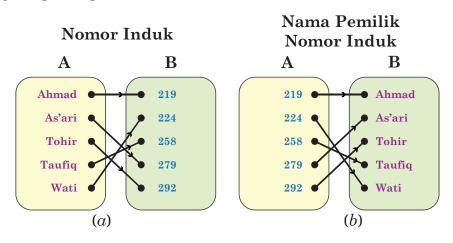
Nomor induk Ahmad adalah 219,

Nomor induk As'ari adalah 279,

Nomor induk Tohir adalah 292,

Nomor induk Taufiq adalah 258,

Nomor induk Wati adalah 224,

Apabila A dinyatakan mewakili himpunan siswa, maka anggota-anggota himpunan A adalah {Ahmad, As'ari, Tohir, Taufiq, Wati} dan anggota-anggota himpunan B adalah $\{219, 224, 258, 279, 292\}$, sehingga "nomor induk" merupakan relasi yang mungkin dari himpunan A ke himpunan B, dan "nama pemilik nomor induk" merupakan relasi yang mugkin dari himpunan B ke himpunan A, maka sajian diagram panah pada Gambar 4.12 merupakan relasi dari kedua himpunan tersebut. Perhatikan secara khusus uraian berikut untuk menemukan dua diagram panah pada kasus tersebut.

Gambar 4.12 diagram panah

Berdasarkan Gambar 4.12a menunjukkan bahwa setiap elemen A memiliki satu pasangan dengan setiap anggota B. Sehingga, "nomor induk" merupakan relasi dari himpunan A ke B yang dapat disebut juga sebagai fungsi (pemetaan). Semua elemen himpunan B dapat disebut sebagai pemetaan (bayangan) dari elemen himpunan A dan dipasangkan dengan tepat satu oleh anggota himpunan A. Sedangkan yang terjadi pada Gambar 4.12b merupakan kebalikannya. Pemetaan dua arah seperti yang ditunjukkan pada Gambar. 4.12 dapat juga disebut sebagai fungsi satu-satu.

Pengertian:

Korespondensi satu-satu adalah fungsi khusus yang memasangkan tepat satu untuk setiap anggota daerah asal maupun daerah kawan. Dengan kata lain, dapat dikatakan bahwa setiap anggota dari daerah asal maupun dari daerah kawan hanya mempunyai satu pasang.

Contoh 4.12

Apabila diketahui himpunan-himpunan berikut, maka tentukan yang termasuk korespondensi satu-satu. Jelaskan.

1. Himpunan $P = \{1, 2, 3, 4\}$ dan himpunan $Q = \{\text{a, b, c, d}\}$
2. Himpunan $R = \{\text{x, y, z}\}$ dan himpunan $S = \{5, 6\}$

Alternatif penyelesaian

1. Diketahui anggota himpunan P adalah $\{1, 2, 3, 4\}$ dan anggota himpunan Q adalah $\{a, b, c, d\}$, sehingga banyak anggota keduanya dapat ditulis $n(P) = 3$ dan $n(Q) = 3$.

   Jadi, banyak anggota keduanya sama, sehingga dapat dinotasikan dengan $n(P) = n(Q)$. Dengan demikian, himpunan P dan himpunan Q merupakan korespondensi satu-satu.

2. Diketahui himpunan $R = \{x, y, z\}$ dan himpunan $S = \{5, 6\}$, sehingga banyak anggota keduanya dapat ditulis $n(R) = 3$ dan $n(S) = 2$

   Jadi, banyak anggota keduanya tidak sama, sehingga $n(R) \neq n(S)$. Dengan demikian, himpunan R dan S bukan merupakan korespondensi satu-satu.

Ayo Berpikir Kritis

Menurut Sulastri, perbedaan antara relasi, fungsi, dan korespondensi satu-satu adalah setiap relasi tidak selalu dapat disebut sabagai fungsi dan korespondensi satu-satu, setiap relasi tidak selalu dapat disebut

sebagai korespondensi satu-satu tetapi pasti dapat disebut sebagai relasi, dan setiap korespondensi satu-satu pasti selalu dapat disebut sebagai relasi dan fungsi. Sedangkan Rudi tidak setuju dengan pendapat Sulastri, karena Rudi punya pendapat lain tentang perbedaan antara relasi, fungsi, dan korespondensi satu-satu; yaitu korespondensi satu-satu dapat disebut sebagai himpunan bagian dari fungsi dan relasi, begitu juga fungsi dapat disebur sebagai himpunan bagian dari relasi. Setujukah kalian dengan pendapat Rudi? Jelaskan. Ataukah kalian justru setuju dengan pendapat Sulastri? Jelaskan.

Ayo Berpikir Kreatif

Diketahui himpunan $K = \{1, 2, 3, 4\}$ dan himpunan $L = \{a, b, c, d\}$. Muhasshanah menemukan hubungan kedua himpunan tersebut yang dapat dikatakan sebagai korespondensi satu-satu, yaitu {(1, a); (2, b); (3, c); (4, d)}. Sedangkan Mukhsin menemukan hubungan kedua himpunan tersebut yang dapat dikatakan sebagai korespondensi satu-satu, yaitu {(1, b); (2, a); (3, d); (4, c)}. Kalau kalian, dapatkah kalian menemukan bentuk susunan himpunan pasangan berurutan yang berbeda? Temukan sebanyak mungkin susunan himpunan pasangan berurutan berbeda-beda.

Ayo Berteknologi

Jika kalian masih belum mengerti tentang korespondensi satu-satu, kalian dapat melakukan kegiatan berikut ini.

Coba pelajari tentang konsep korespondensi satu-satu melalui video di Youtube, coba dengan kata pencarian "korespondensi satu-satu".

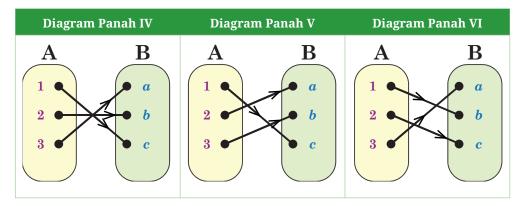
2. Banyak Korespondensi Satu-satu

Ayo Bereksplorasi

Simak dengan cermat penjelasan berikut untuk mempelajari lebih lanjut tentang korespondensi satu-satu.

Apabila diketahui anggota himpunan A adalah $\{1, 2, 3\}$ dan anggota himpunan B adalah $\{a, b, c\}$. Relasi dari himpunan A ke B yang mungkin dapat dibentuk sebagai korespondensi satu-satu dapat diilustrasikan pada Tabel 4.8 berikut.

Tabel 4.8 Diagram Banyak Korespondensi Satu-Satu

Diagram Panah I	Diagram Panah II	Diagram Panah III
A: 1, 2, 3 → B: a, b, c	A: 1, 2, 3 → B: a, b, c	A: 1, 2, 3 → B: a, b, c

Berdasarkan sajian diagram panah pada Tabel 4.8 di atas, menunjukkan bahwa ada sebanyak 6 susunan diagram panah yang berbeda untuk korespondensi satu-satu dari himpunan A ke himpunan B.

Ayo Bekerja Sama

Berdasarkan temuan kalian pada Tabel 4.8, coba latihan pada Tabel 4.9 untuk menentukan berapa banyak korespondensi satu-satu yang ada antara himpunan A dan B tergantung pada jumlah anggota dan untuk menentukan berapa banyak orang yang diperlukan untuk membuat diagram panah penghubung himpunan A dan B. Berikut adalah contoh yang mungkin terjadi dan ditunjukkan pada Tabel 4.9. Sekarang, Cobalah kalian lengkapi isi sel yang masih kosong.

Tabel 4.9 Banyaknya korespondensi satu-satu

No.	Banyak Anggota Himpunan A	Banyak Anggota Himpunan B	Banyak Fungsi Satu-satu dari Himpunan A ke Himpunan B
1.	1	1	1
2.	2	2	2
3.	3	3	6
4.	4	4	...
5.	5	5	...
6.	6	6	...
7.	7	7	...
8.	8	8	...
9.	9	9	...
...	...	...	...
...	...	...	...
...	...	...	...
n	n	n	...

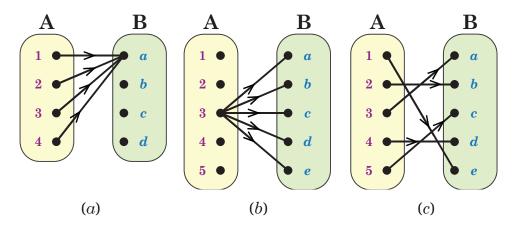
Ayo Berkomunikasi

Berdasarkan Tabel 4.8 dan 4.9 di halaman sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa apabila banyak anggota himpunan A sama dengan banyak anggota himpunan B, yakni $n(A) = n(B) = n$; maka banyak korespondensi satu-satu yang mungkin dapat dibuat dari himpunan A ke himpunan B adalah sebanyak $n!$ atau $n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \times ... \times 3 \times 2 \times 1$.

Cobalah kalian perhatikan kesimpulan tersebut, apa yang perlu ditambahkan agar kesimpulan itu lebih komunikatif lagi?

Kemudian, sebutkan apa saja ciri-ciri dari dua himpunan dapat dikatakan korespondensi satu-satu atau tidak? Selanjutnya, dalam kondisi bagaimana dua himpunan tidak dapat dipastikan dikatakan korespondensi satu-satu? Jelaskan.

Sekarang, cobalah selesaikan kasus berikut ini untuk menunjukkan mengetahui pemahaman kalian.

Perhatikan dengan cermat pada diagram panah berikut ini.

Gambar 4.13 diagram panah dari himpunan A ke himpunan B

1. Apakah relasi tersebut merupakan korespondensi satu-satu dari himpunan A ke himpunan B? Jelaskan.
2. Apabila relasi tersebut bukan merupakan korespondensi satu-satu, apakah diagram pada pada Gambar 4.13 termasuk fungsi? Jelaskan.

Contoh 4.13

Apabila diketahui anggota himpunan K adalah $\{a, b, c, d, e\}$ dan anggota himpunan L adalah $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, tentukanlah banyaknya korespondensi satu-satu yang mungkin dari himpunan K ke himpunan L.

Alternatif penyelesaian

Diketahui himpunan $K = \{a, b, c, d, e\}$
dan himpunan $L = \{1, 2, 3, 4, 5\}$,

sehingga didapat banyak anggotanya adalah $n(K) = 5$ dan $n(L) = 5$

Jadi, banyaknya korespondensi satu-satu dari himpunan K ke himpunan L adalah sebanyak

$n(K)! = n(L)! = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120.$

Contoh 4.14

Diketahui himpunan $M = \{x \mid -3 < x < 4, x \text{ bilangan bulat}\}$ dan himpunan $N = \{x \mid x < 7, x \text{ bilangan asli}\}$. Tentukanlah banyaknya korespondensi satu-satu dari himpunan M ke himpunan N.

Alternatif penyelesaian

Diketahui $M = \{x \mid -3 < x < 4, x \text{ bilangan bulat}\}$ dan

$N = \{x \mid x < 7, x \text{ bilangan asli}\}$

$M = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ dan $N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

sehingga didapat $n(M) = 6$ dan $n(N) = 6$

Jadi, banyak korespondensi satu-satu yang mungkin dari himpunan M ke himpunan N adalah sebanyak

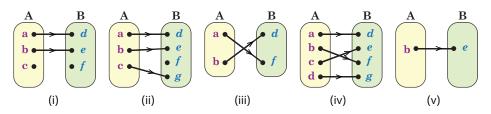
$n(M)! = n(N)! = 6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720.$

Ayo Berteknologi

Jika kalian masih belum mengerti tentang banyak korespondensi satu-satu, kalian dapat melakukan kegiatan pada halaman berikut.

Coba pelajari tentang konsep korespondensi satu-satu melalui video di Youtube, coba dengan kata pencarian "Banyak korespondensi satu-satu".

Soal Latihan 4.4

1. Manakah dari diagram panah berikut ini yang menggambarkan korespondensi satu-satu? Jelaskan.

2. Manakah di antara himpunan pasangan berurutan berikut yang termasuk korespondensi satu-satu? Jelaskan.

   a. $\{(1, 1); (2, 2); (3, 3)\}$
   b. $\{(2, 2); (2, 4); (2, 6)\}$
   c. $\{(a, 2); (2, b); (b, a)\}$
   d. $\{(1, p); (2, q); (3, p)\}$
   e. $\{(5, 6); (6, 7); (7, 5)\}$
   f. $\{(a, x); (b, z); (a, y)\}$

Ayo Berpikir Kritis

3. Subarno mengatakan bahwa setiap dua himpunan yang banyak anggotanya sama pasti selalu dapat dikatakan korespondensi satu-satu. Tetapi Sunardi tidak setuju dengan pendapat Subarno, karena dua himpunan yang dapat dinyatakan dengan korespondensi satu-satu memiliki hubungan yang khusus. Setujukah kalian dengan pendapat Sunardi? Jelaskan.

Ayo Berpikir Kreatif

4. Temukan kejadian sehari-hari di sekitar kalian yang menunjukkan sebagai korespondensi satu-satu. Presentasikan secara singkat temuan kalian di depan kelas.

5. Apabila diketahui banyak anggota dua himpunan seperti berikut ini, maka ada berapa banyak korespondensi satu-satu yang mungkin dari himpunan A dan himpunan B?

   a. $n(A) = n(B) = 12$

   b. $n(A) = n(B) = 9$

6. Manakah diantara dua himpunan berikut ini yang dapat dinyatakan sebagai korespondensi satu-satu? Jelaskan.

   a. A = {nama bulan dalam setahun}
   B = {nama hari dalam seminggu}

   b. C = {bilangan genap kurang dari 10}
   D = {bilangan prima kurang dari 10}

   c. $E = \{a, e, i, o, u\}$
   F = {lima kota besar di Pulau Jawa}

   d. G = {nama hari dalam seminggu}
   H = {bilangan prima antara 1 dan 11}

7. Diketahui himpunan $K = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ dan himpunan $L = \{a, b, c, d, e, f\}$.

   a. Tentukan ada berapa banyak korespondensi satu-satu yang mungkin dapat dibuat dari himpunan K ke himpunan L?

   b. Coba minimal tiga himpunan pasangan berurutan yang termasuk korespondensi satu-satu dari himpunan K ke himpunan L.

8. Jika diketahui himpunan $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, maka apakah fungsi $f : A \rightarrow A$ yang didefinisikan sebagai berikut merupakan korespondensi satu-satu?

   a. $f : x \rightarrow -x$

   b. $f : x \rightarrow x^2$

   c. $f(x) = 2x^2 - 1$

9. Berdasarkan himpunan yang diberikan berikut, ada berapa banyak korespondensi satu-satu yang mungkin dapat dibuat?
   a. Himpunan P = {huruf vokal} dan Himpunan Q = {bilangan cacah antara 1 dan 7}
   b. Himpunan A = {faktor dari 8} dan Himpunan B = {faktor dari 21}
10. Sebuah perusahaan memproduksi suatu produk dengan kode tanggal manufaktur tertentu. Tentukan: Jika ABCDEFGHIJ adalah korespondensi satu-satu dengan ketentuan $0\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9$ dan CDAHBJIG mewakili kode barang untuk tanggal pembuatan 23 – 07 – 1986.
    a. kode barang untuk tanggal produksi:
       1) 14 April 1982
       2) 27 Oktober 2021
    b. tanggal produksi barang untuk kode:
       1) CDAFCAAB
       2) BDAEBJIE

Ayo Bekerja Sama

Setelah kalian mempelajari materi fungsi linier, selanjutnya buatlah laporan kegiatan menggambar grafik fungsi linier dengan menggunakan software komputer (*MS Excel, FX Draw, Maple, GeoGebra, Mathlab*, atau lainnya yang serupa) seperti gambar grafik fungsi pada Bab 4 ini. Menurut kalian, apakah masih diperlukah menggambar bagun datar secara manual melalui kemampuan tangan kalian? Mengapa? Jelaskan.

Projek Bab 4

Pilih setidaknya satu dari proyek berikut untuk membantu kalian lebih memahami fungsi dan penerapannya dalam kehidupan sehari-hari. Lakukan, dokumentasikan proses dan hasil, dan siapkan bahan untuk presentasi.

Projek 4.1

Pada kegiatan projek ini, kalian akan mendesain sebuah kaos yang menarik menurut kalian dari bahan sederhana, misalkan kertas HVS atau kertas asturo atau lainnya. Dalam tugas proyek ini, terapkan pemahaman kalian tentang materi fungsi dan materi lainnya. Kemudian pertimbangkan dan berikan tanggapan berikut untuk pertanyaan-pertanyaan ini di area yang disediakan:

1. Apa yang harus kalian lakukan untuk memastikan ide desain kaos ini bagus dan unik? (Bahan apa yang kalian miliki untuk disediakan? Alat persiapan apa saja yang kalian sediakan? Bagaimana cara mendesainnya? Berapakah ukuran kaos tersebut? Berapa biaya yang dibutuhkan untuk mendesaian sebuah kaos dari bahan sederhana ini? dan lain-lain).
2. Pendekatan apa yang harus kalian gunakan untuk menyelesaikan pekerjaan tersebut dengan sukses? Apa struktur strateginya? Apa lagi yang harus dilakukan? dan lain-lain. Jika kalian menjadi pemilik perusahaan kaos yang sebenarnya, rencana apa yang kalian lakukan agar banyak agen yang membeli dan memesan kaos tersebut? Bagaiamana cara agen untuk membeli dan memesan kaos tersebut? coba uraikan.

Projek 4.2

Hubungi penyedia layanan seluler di sekitar kalian atau cari di Internet untuk mengetahui informasi lebih lanjut. Pelajari tentang bagaimana mereka menentukan tarif tekpon dalam jangka waktu tertentu, lalu temukan persamaan rumusnya. Selain itu, lakukan analisis untuk mengetahui apakah operator tersebut layak digunakan oleh masyarakat biasa dan pebisnis. Siapkan data hasil temuan kalian untuk dipresentasikan.

Projek 4.3

Carilah bentuk-bentuk "PEMBOROSAN" dalam hidup kalian, baik di rumah maupun di sekolah (misalnya, membiarkan air menetes dari keran meskipun kalian berusaha keras untuk menutupnya dengan rapat,

menyalakan lampu di siang hari, dan lain sebagainya). Kemudian, coba kalian cari informasi terkait untuk mengidentifikasi risiko pemborosan tersebut, selanjutnya susunlah materi presentasi tentang fungsi (jika ada) untuk menjamin bahwa terkait dengan risiko dalam membiarkan pemborosan tersebut.

Proyek 4.4

Coba kalian sediakan wadah air tertentu berbentuk kotak dan perhatikan ketinggian airnya (jika kalian kesulitan membuatnya, gunakan gelas ukur yang biasa ditemukan di apotek atau toko perlengkapan laboratorium). Kemudian gambarkan koordinat Cartesius, dimana sumbu x menunjukkan saat air dituangkan ke dalam kotak, dan sumbu y mewakili ketinggian air. Buat grafik yang menunjukkan hubungan antara waktu air menetes dan ketinggian permukaan, menggunakan air yang menetes dari keran (dengan laju konstan). (Bagaimana jika kotak tersebut diganti dengan bentuk lain, tidak tegak lurus, tetapi miring, melengkung, atau bentuk yang lainnya?).

Kalian telah memiliki kesempatan untuk mempelajari tentang materi relasi dan fungsi. Sekarang, dengan menjawab pertanyaan-pertanyaan berikut, cobalah untuk mencatat hal-hal penting yang kalian yakini sangat berharga dan akan baik untuk kalian pelajari lebih lanjut:

1. Apa saja yang dapat kalian ketahui tentang materi relasi?
2. Apa persyaratan agar suatu relasi dinyatakan sebagai fungsi?
3. Apakah ada suatu fungsi tertentu dari himpunan ke himpunan itu sendiri?
4. Tunjukkan berapa banyak cara yang berbeda suatu fungsi dapat disajikan.
5. Bagaimana cara menemukan nilai fungsi?
6. Sebutkan apa sajakah ciri-ciri dari korespondensi satu-satu?

Penguatan Karakter

Dalam rangka memperingati Hari Kemerdekaan 17 Agustus, biasanya seseorang membuat pola guntingan kertas yang berselang-seling dengan merah, putih, merah, putih, merah, putih, dan begitu seterusnya. Pola yang dihasilkan adalah fungsi dari himpunan bilangan asli dikalikan dengan himpunan potongan kertas merah dan putih. Dalam notasi formal, barisan ini akan ditulis sebagai {(1,merah); (2, putih); (3, merah); (4, putih); (5, merah); ...}.

Uji Kompetensi Bab 4

A. Pilihlah jawaban pada soal berikut dengan jawaban yang benar dan tepat

1. Keempat pemuda memiliki nama masing-masing adalah Abdul, Tohir, Anam, dan Taufiq; mereka memiliki minatnya masing-masing. Kesukaan Abdul Belajar kelompok dan menulis cerpen, kesukaan Tohir Bermain komputer dan renang, kesukaan Anam menulis cerpen dan renang, dan kesukaan Taufiq renang saja. Anak yang mempunyai kesukaan menulis cerpen, tetapi tidak suka belajar kelompok adalah .....

   a. Abdul
   b. Tohir
   c. Anam
   d. Taufiq

2. Diketahui himpunan pasangan berurutan:

   (i). $\{(0, 0); (2, 1); (4, 2); (6, 3)\}$
   (ii). $\{(1, 3); (2, 3); (1, 4); (2, 4)\}$
   (iii). $\{(1, 5); (2, 5); (3, 5); (4, 5)\}$
   (iv). $\{(5, 1); (5, 2); (4, 1); (4, 2)\}$

   yang merupakan pemetaan (fungsi) adalah ....

   a. (i) dan (ii)
   b. (i) dan (iii)
   c. (ii) dan (iii)
   d. (iii) dan (iv)

3. Fungsi f ditentukan oleh $f(x) = ax + b$. Jika nilai dari fungsi itu untuk $x = -3$ adalah -15 dan nilai dari fungsi itu untuk $x = 3$ adalah 9, nilai dari $f(-2) + f(2)$ adalah ....

   a. 4 c. –4

   b. 6 d. –6

4. Diketahui suatu fungsi dapat ditentukan dengan rumus berikut:
$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1, \text{ untuk } x \text{ genap} \\ 2x + 1, \text{ untuk } x \text{ ganjil} \end{cases}$$
   Apabila nilai a adalah bilangan asli, maka nilai yang tidak mungkin untuk fungsi $f(a)$ adalah ....

   a. 21 c. 61

   b. 39 d. 77

5. Sebuah rumah memiliki tempat penampungan air. Air mengalir dari reservoir ke bak mandi melalui pipa. Setelah 5 menit, volume air di bak mandi menjadi 25 *liter*, dan setelah 12 menit menjadi 46 *liter*. $V(t) = (V_0 + at)$ *liter* adalah volume air di bak mandi setelah mengalirkan air selama t menit, di mana V_0 adalah volume air di bak mandi sebelum air dialirkan dan a adalah debit air per menit. volume air di bak mandi sebelum air dialirkan dan volume air di bak mandi setelah 27 menit adalah .....

   a. 0 *liter* dan 27 *liter* c. 10 *liter* dan 91 *liter*

   b. 10 *liter* dan 75 *liter* d. 15 *liter* dan 75 *liter*

B. Kerjakan soal-soal berikut dengan benar

6. Pak Madhuri mempunyai empat orang anak bernama Sulastri, Idris, Halim, dan Tohir. Pak Muarif mempunyai tiga orang anak bernama Mawardi, Muhasshanah, dan Mukhsin. Pak Asid mempunyai dua orang anak bernama Marhawi dan Sunaida.

   a. Tunjukkan relasi "ayah dari" dalam diagram panah.

   b. Apakah relasi pada poin a) merupakan fungsi? Jelaskan.

   c. Tunjukkan relasi "anak dari" dalam diagram panah.

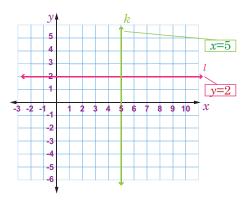
   d. Apakah relasi pada poin c) merupakan fungsi? Jelaskan.

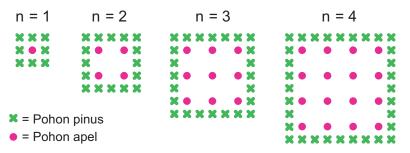
Ayo Berpikir Kreatif

7. Suatu Relasi didefinisikan dengan "setengah kali dari" dari himpunan P ke himpunan Q dengan $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ dan $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Sehingga himpunan pasangan berurutan dari relasi tersebut adalah $\{(1, 2); (2, 4); (3, 6); (4, 8); (5, 10)\}$. Cobalah untuk membuat setidaknya tiga contoh lagi relasi dari himpunan P ke himpunan Q. Kemudian, nyatakan relasi tersebut dengan cara diagram panah, koordinat Cartesius, dan himpunan pasangan berurutan.

8. Fungsi f didefinisikan dengan rumus $f(x) = 5 - 3x$ dan diketahui daerah asalnya adalah {–2, –1, 0, 1, 2, 3}
   a. Buatlah tabel dan himpunan pasangan berurutan dari fungsi tersebut.
   b. Gambarlah grafiknya.

Ayo Berpikir Kritis

9. Mawardi dan Mukhsin sedang mendiskusikan tentang fungsi linier pada gambar berikut ini.

Mawardi berpendapat bahwa fungsi linier garis k dan l di samping merupakan grafik fungsi. Pada sisi lain, Mukhsin tidak setuju dengan anggapan Mawardi. Karena Mukhsin mempunyai pendapat lain, yaitu Gambar tersebut meunjukkan bahwa fungsi linier dari garis k adalah suatu fungsi, akan tetapi garis l tidak termasuk fungsi. Apakah kalian setuju dengan penilaian Mukhsin? Jelaskan.

10. Seorang petani menanam pohon apel yang berbentuk persegi (bujursangkar). Petani tersebut menanam pohon pinus di sekeliling kebunnya untuk melindungi pohon apel dari angin. Diagram berikut menggambarkan tata letak pohon apel dan pohon pinus untuk sejumlah (n) kolom pohon apel.

a. Coba kalian lakukan kegiatan dengan mengisi isi tabel di bawah ini:

n	Jumlah Pohon Apel	Jumlah Pohon Pinus
1	1	...
2	...	16
3	9	...
4	...	...
5	...	...
6	...	...
7	...	...
8	...	...
9	...	...
10	...	...

b. Apabila diasumsikan petani tersebut ingin menanami kebun yang lebih besar dengan banyak barisan pohon. Manakah yang akan tumbuh lebih cepat di kebun petani antara jumlah pohon apel atau jumlah pohon pinus? Jelaskan bagaimana kalian sampai pada kesimpulan tersebut.

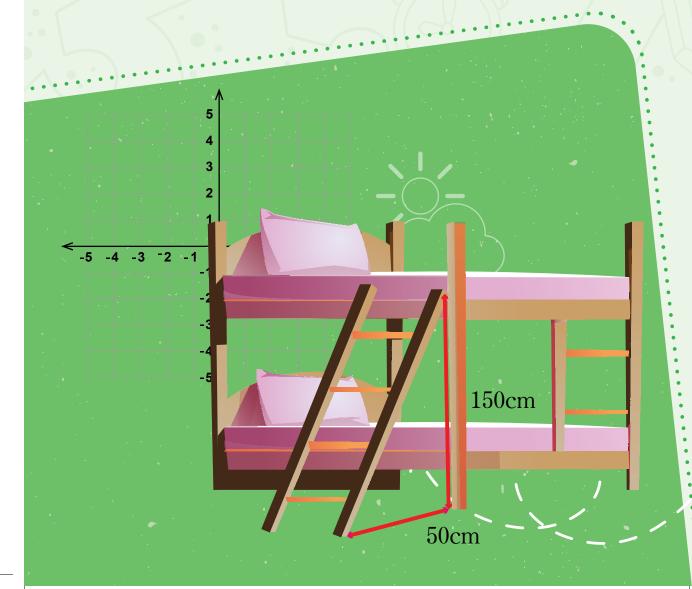
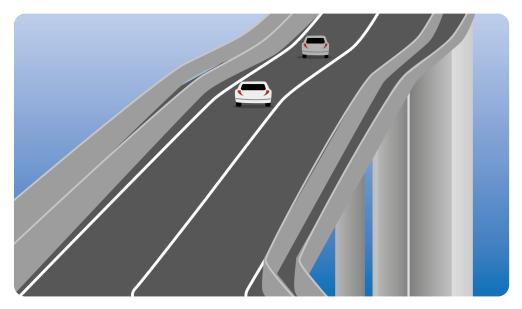
Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi
Republik Indonesia, 2022

Matematika untuk SMP/MTs Kelas VIII

Penulis: Mohammad Tohir, dkk.
ISBN: 978-602-427-919-6 (Jil.2)

Bab 5

PERSAMAAN GARIS LURUS

Bagaimana bentuk garis lurus dan apa fungsinya?

Pengantar bab

Gambar 5.1 Jalan Menanjak

Jalan datar, jalan menurun, dan jalan menanjak pasti pernah dilalui dengan cara tertentu saat mengendarai mobil, mengendarai sepeda, atau menggunakan bentuk transportasi lain. Jalan yang menanjak atau menurun seringkali memiliki kemiringan yang telah ditentukan sebelumnya dan telah diperhitungkan untuk memberikan tingkat keamanan dan kenyamanan bagi mobil yang lewat. Jalan yang menanjak memiliki kemiringan juga. Jalan akan menantang bagi mobil untuk dilintasi jika terlalu curam. Beberapa aspek kehidupan sehari-hari lainnya, termasuk jalan, memerlukan perhitungan kemiringan. Misalnya, tangga dalam struktur bertingkat telah direncanakan dengan cermat, hingga tingkat kemiringannya, untuk memastikan bahwa orang dapat menggunakannya dengan aman dan nyaman. Untuk memastikan kenyamanan dan keamanan pengguna, seorang arsitek sangat memperhatikan kemiringan saat mendesain tangga dan trotoar. Tempat parkirnya serupa; jika terlalu miring, tidak aman untuk digunakan oleh mobil dan pengemudi. Kalian akan belajar bagaimana

cara membuat grafik, menghasilkan persamaan garis lurus, dan kemiringan garis, serta keuntungan menggunakan garis lurus dalam memecahkan masalah kontekstual.

Tujuan Pembelajaran

Diharapkan setelah membaca Bab 5 ini, kalian akan mampu:

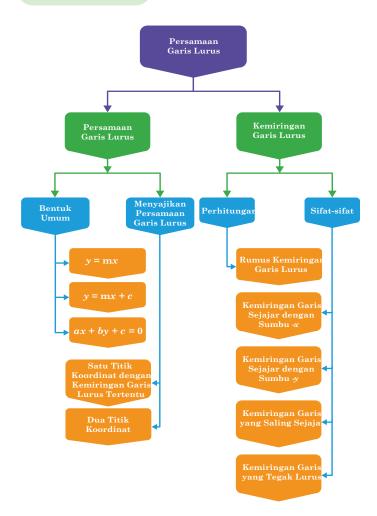
√ Memahami bentuk persamaan linier
√ Menjelaskan koordinat Cartesius
√ Menggambar garis lurus pada koordinat Cartesius
√ Memahami konsep gradien
√ Menentukan persamaan linier
√ Memahami konsep bentuk persamaan garis lurus
√ Menggambarkan bentuk lain persamaan garis lurus
√ Menentukan penyelesaian dari suatu persamaan linier

Pertanyaan Pemantik

- Bagaimana cara membuat grafik persamaan garis lurus?
- Bagaimana garis yang melintasi kemiringan dua buah titik dapat ditemukan?
- Jika diketahui suatu persamaan garis, bagaimana cara menghitung kemiringan garis tersebut?
- Bagaimana cara mendapatkan persamaan garis lurus yang melalui titik A (x_1,y_1) dengan gradien yang diketahui m?
- Bagaimana cara menghitung persamaan garis lurus yang menghubungkan dua titik A (x_1,y_1) dan B (x_2,y_2)?
- Informasi apa yang tersedia pada kemiringan dua garis sejajar dan dua garis yang berpotongan saling tegak lurus?
- Persamaan umum apa yang dapat digunakan untuk menyatakan persamaan garis yang melalui titik (x_1,y_1) dan memiliki kemiringan m?

Kata Kunci

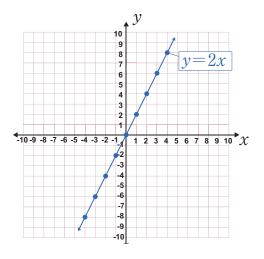
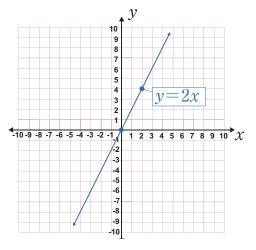
- Persamaan linier,
- Persamaan garis lurus,
- Grafik,
- Kemiringan,
- Titik potong.

Peta Konsep

A. Grafik Persamaan Garis Lurus

Suatu Perusahaan diizinkan untuk mengurangi nilai aset mereka. Depresiasi garis lurus adalah istilah akuntansi untuk praktik ini. Masa pakai aset ditentukan melalui pendekatan ini. Setelah itu, aset tersebut disusutkan setiap tahunnya dengan jumlah yang sama sampai nilai kena pajaknya nol. CV. Spirit 45 menghabiskan Rp360.000.000,00 untuk sebuah truk baru. Nilai truk akan turun Rp12.000.000,00 setiap tahun. Harga kendaraan dinyatakan dalam persamaan penyusutan $y = 360.000.000 - 12.000.000x$, dengan x adalah umur truk dalam tahun.

Bagaimana cara kalain dapat mencari letak perpotongan garis dengan sumbu-x dan sumbu-y? Bagaimana persamaan yang menggambarkan depresiasi harga kendaraan dapat digambarkan pada bidang koordinat?

Sekarang, untuk menjawab dua pertanyaan berikutnya dengan benar, coba perhatikan baik-baik bagaimana garis-garis lurus tertentu pada koordinat Cartesius berikut ini digambarkan.

1. Persamaan I

Gambar 5.2 (a) Grafik Persamaan dengan beberapa titik koordinat

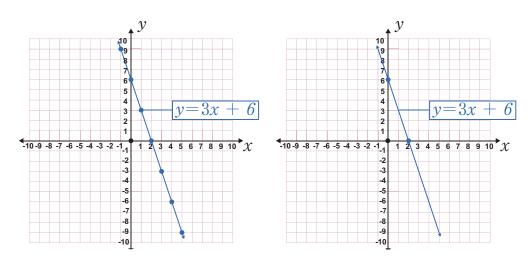
Gambar 5.2 (b) Grafik Persamaan dengan dua titik koordinat

Berdasarkan Gambar 5.2 (a), lengkapi sel tabel berikut ini.

x	....	-3	....	....	0	2	....	....	....
y	....	....	....	....	0	1	....	....	....
(x,y)	....	$(-3, ...)$	....	....	....	(2,1)	....	....	....

Berdasarkan Gambar 5.2(b), lengkapi juga sel kosong pada tabel berikut.

x	....	....
y	....	....
(x,y)	....	....

2. Persamaan II

Gambar 5.3 (a) Grafik Persamaan dengan beberapa titik koordinat

Gambar 5.3 (b) Grafik Persamaan dengan dua titik koordinat

Berdasarkan Gambar 5.3 (a), lengkapi sel tabel berikut ini.

x	-1	....	....	....	....	....	....
y	9	....	....	....	....	-9	....
(x,y)	$(-1, 9)$	....	....	....	....	$(... , -6)$	....

Berdasarkan Gambar 5.3 (b), lengkapi juga sel tabel berikut ini.

x	....	....
y	....	....
(x,y)	....	....

Berdasarkan hasil kegiatan pada kedua persamaan di atas, coba kalian eksplorasikan hasil diskusinya dengan menjawab dua pertanyaan berikut ini.

1. Syaratnya apa sajakah suatu persamaan grafik bisa membentuk suatu garis lurus?
2. Adakah rumus persamaan garis lurus yang secara tepat memotong sumbu-x dan sumbu-y pada satu titik?

Definisi

Persamaan $y = 3x + 2$ dapat dinyatakan dalam bentuk umumnya sebagai $y = mx + c$, di mana x dan y adalah variabel, c adalah konstanta, dan m adalah kemiringan atau koefisien arah.

Tahukah Kalian?

Matematikawan Rene Descartes berasal dari Prancis. Dia adalah orang pertama yang menyarankan bagaimana mengekspresikan suatu titik sebagai sepasang bilangan bulat yang menunjukkan seberapa jauh dari masing-masing sumbunya. Nama sistem notasi titik seperti ini disebut dengan koordinat Cartesius.

Contoh 5.1

Lengkapi sisa sel yang kosong pada tabel berikut dan gambarkan grafiknya dari persamaan $4x - y = 5$.

x	y
2	3
0	−5
1	−1
−1	...
...	0

Alternatif penyelesaian

Untuk $x = -1$, didapat $4x - y = 5$

$$4(-1) - y = 5 \quad \textit{subtitusi nilai } x = 1$$

$$-4 - y = 5 \quad \textit{sederhanakan}$$

$$-y = 9 \quad \textit{jumlahkan kedua ruas oleh } 4$$

$$4y = 9 \quad \textit{kalikan kedua ruas oleh } -1$$

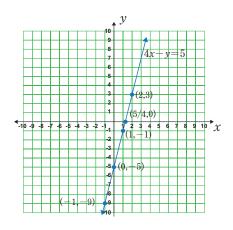
Untuk $y = 0$, didapat $4x - y = 5$

$$4x - 0 = 5 \quad \textit{substitusi } y = 0$$
$$4x = 5 \quad \textit{sederhanakan}$$
$$x = \frac{5}{4} \quad \textit{bagi kedua ruas oleh } 4$$

Tabel setelah dilengkapi sebagai berikut:

x	y
2	3
0	−5
1	−1
−1	−9
$\frac{5}{4}$	0

Berdasarkan tabel di atas, menunjukkan bahwa pasangan berurutannya adalah $(2,3)$, $(0,-5)$, $(1,-1)$, $(-1,-9)$, dan $\left(\frac{5}{4},0\right)$. Himpunan pasangan berurutan dibentuk oleh titik-titik dalam koordinat Cartesius yang membentuk garis lurus. Persamaan $4x - y = 5$ memiliki penyelesaian pada setiap pasangan berurutan.

Garis lurus akan terbentuk jika titik-titik selesaiannya dihubungkan. Berikut ini adalah cara menggambar garis melalui titik-titik.

Gambar 5.4 Grafik persamaan garis lurus $4x - y = 5$

Persamaan $4x - y = 5$ memiliki semua solusi yang diwakili oleh garis lurus tersebut. Persamaan memiliki solusi di setiap titik di sepanjang garis.

Contoh 5.2

Dengan menentukan titik perpotongan pada sumbu-x dan sumbu-y, gambarkan grafiknya dari persamaan $y = -\frac{1}{2}x - 1$.

Alternatif penyelesaian

Temukan titik potong masing-masing sumbunya untuk memulai. Menentukan titik potong pada sumbu-x, yang berarti $y = 0$.

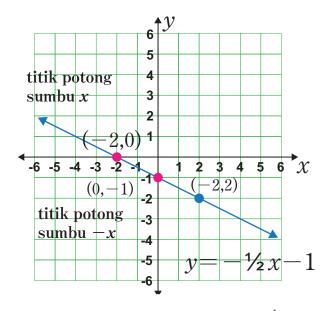
$$y = -\frac{1}{2}x - 1$$

$$0 = -\frac{1}{2}x - 1 \qquad \textit{substitusi } y = 0$$

$$1 = -\frac{1}{2}x \qquad \textit{tambahkan kedua ruas oleh } 1$$

$$-2 = x \qquad \textit{kalikan kedua ruas oleh } -2$$

Sehingga, titik potong pada sumbu-x adalah $(-2,0)$.

Persamaan $y = -\frac{1}{2}x - 1$ membentuk garis lurus jika dua titik dihubungkan, seperti yang ditunjukkan pada diagram berikut.

Gambar 5.5 Grafik persamaan garis lurus $y = -\frac{1}{2}x - 1$

Berdasarkan contoh 5.1 dan 5.2 tersebut, coba nalarkan pikiran kalian dengan menjawab pertanyaan berikut.

a. Contoh soal mana yang lebih sederhana dan mudah dipahami untuk diselesaikan dalam hal menggambar persamaan garis lurus?
b. Apakah mungkin menggambar garis lurus dengan menentukan dua titik saja pada bidang koordinat, atau perlukah diketahui titik-titik lain pada bidang koordinat?
c. Adakah suatu garis lurus yang hanya melalui salah satu sumbu koordinat? Jika iya ada, seperti apa persamaannya?

Pengacara dan penggemar matematika dari Prancis adalah Pierre de Fermat. Dia adalah orang pertama yang menyatakan bahwa ketika diplot sepanjang sumbu-x dan sumbu-y, persamaan dapat dianggap sebagai bentuk. Asal mula grafik yang dilambangkan dengan huruf O adalah pada titik $(0, 0)$ yang merupakan perpotongan pada sumbu-sumbu tersebut.

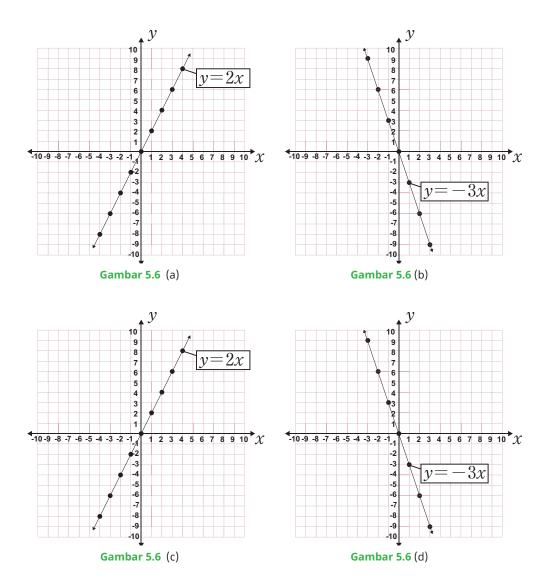
Cobalah untuk secara hati-hati dan akurat menjawab dan mendiskusikan pertanyaan berikut, sehingga kalian harus memperhatikan dengan cermat pada Gambar 5.6 di halaman berikut:

1. Apa perbedaan antara Gambar 5.6 (a), Gambar 5.6 (b), Gambar 5.6 (c), dan Gambar 5.6 (d)? Jelaskan.
2. Apa kesamaan dan perbedaan antara Gambar 5.6 (a) dan Gambar 5.6 (c)?
3. Apa kesamaan dan perbedaan antara Gambar 5.6 (b) dan Gambar 5.6 (d)?
4. Bagaimanakah perpotongan keempat garis dari keempat gambar terhadap sumbu x dan sumbu y?

Gambar 5.6 (a)

Gambar 5.6 (b)

Gambar 5.6 (c)

Gambar 5.6 (d)

Kemudian, kembali ke masalah awal penentuan tentang penurunan nilai pajak terhadap usia truk yang telah dibahas pada awal materi Bab 5 ini.

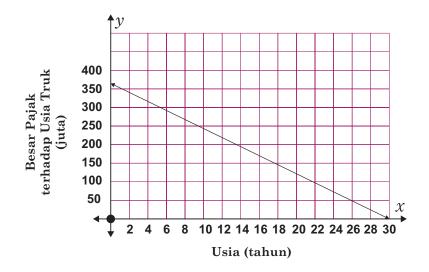
Alternatif Pemecahan Masalah

Dengan mensubstitusikan nilai $y = 0$, maka akan menghasilkan titik perpotongan garis dengan sumbu-x.

$$
\begin{aligned}
y &= 360.000.000 - 12.000.000x \\
0 &= 360.000.000 - 12.000.000x \\
12.000.000x &= 360.000.000 \\
x &= 30
\end{aligned}
$$

Titik potong garis dengan sumbu x adalah $(30, 0)$

Dengan mensubstitusikan nilai $x = 0$, maka akan menghasilkan titik perpotongan garis dengan sumbu-y.

$$
\begin{aligned}
y &= 360.000.000 - 12.000.000(0) \\
y &= 360.000.000
\end{aligned}
$$

Gambar 5.7 Nilai pajak menurun seiring usia truk

Gambar 5.7 di atas menunjukkan bahwa kendaraan tersebut berharga Rp.0,00 ketika berumur 30 tahun, perpotongan garis dengan sumbu x berada di $(30, 0)$.

Perpotongan garis yang melalui sumbu-y di titik $(0, 360.000.000)$ menunjukkan bahwa besar biaya kendaraannya adalah Rp360.000.000,00 saat masih baru (0 tahun yang lalu).

Ayo Berteknologi

Setelah kalian mempelajari materi Grafik Persamaan Garis Lurus pada buku ini, coba kalian kembangkan pengetahuan kalian tentang materi tersebut dengan mengunjungi laman berikut.

Persamaan Garis Lurus - Topik 1
s.id/1uhoZ

Persamaan Garis Lurus - Topik 2
s.id/1uhp5

Persamaan Garis Lurus - Tes
s.id/1uhpb

Soal Latihan 5.1

1. Manakah dari persamaan berikut yang dapat ditafsirkan sebagai persamaan garis lurus?
   a. $x + 2y = 0$
   b. $x^2 + 3y = 7$
   c. $2y + 3x = 4^2$
   d. $\frac{y}{3} + 3x = 9$
   e. $\sqrt{4y} + 2x - 8 = 0$
   f. $y^2 + x^2 = 25$

2. Hargai bahwa setiap titik pada garis harus memenuhi persamaan yang sesuai dan digunakan untuk menentukan nilai y dari nilai x, atau sebaliknya. Sehingga, apabila suatu garis lurus persamaannya adalah $y = 2x - 3$. Titik p terletak pada garis lurus tersebut dan koordinat y dari p adalah 4, maka carilah koordinat x dari p.

3. Jelaskan dampak perubahan dari perubahan grafik berikut:
    a. Gambarlah ketiga persamaan pada bidang koordinat Cartesius yang sama, yaitu: $y = x + 2$, $y = 2x + 2$, dan $y = 4x + 2$. Apa yang terjadi jika grafik diubah dari $1x$ menjadi $2x$ dan kemudian menjadi $4x$?
    b. Gambarlah ketiga persamaan pada bidang koordinat Cartesius yang sama, yaitu: $y = 2x + 2$, $y = x + 5$ dan $y = 2x - 3$. Apa yang terjadi jika grafik diubah dari +2 menjadi +5 dan kemudian menjadi -3?

4. Pak Alex memiliki kebun kopi. Jumlah kopi yang dihasilkan akan naik menjadi 1.500 kg pada tahun 2020 dan menjadi 2.500 kg pada tahun 2025.
    a. Buat sketsa dalam bentuk gambar yang mengilustrasikan keadaan ini dalam koordinat Cartesius.
    b. Buatlah persamaan garis lurus yang paling menggambarkan keadaan ini.

5. $A(-2, 1)$, $B(6, 5)$ dan $C(4, k)$ adalah titik sudut segitiga siku-siku ABC. Sudut ABC adalah sudut siku-siku. Tentukan persamaan garis yang melalui A dan C. (buatlah jawabanmu dalam bentuk $ay + bx = c$ di mana a, b, dan c adalah bilangan bulat).

6. Garis lurus l_1 melalui titik $(-1, 3)$ dan $(11, 12)$. Persamaan Garis l_2 adalah $3y + 4x - 30 = 0$.
    a. Tentukan persamaan untuk l_1 dalam bentuk $ax + by + c = 0$, di mana a, b, dan c adalah bilangan bulat.
    b. Tentukan koordinat titik potong l_1 dan l_2.

7. Hubungan antara jumlah kalori c dan jumlah lemak f dalam gram dinyatakan dengan persamaan $c = 12f + 180$.

a. Temukan perpotongan sumbu-c pada garis.

b. Gambarlah grafik dari persamaan garis tersebut.

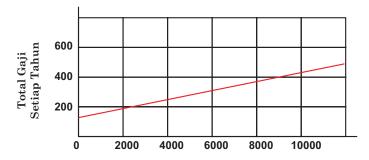
c. Berapa banyak kalori dalam makanan yang mengandung 30 gram lemak?

8. Obat suntikan penisilin (obat antibiotik) diberikan kepada pasien rumah sakit. Hanya 60% penisilin yang masih aktif satu jam kemudian karena perlahan larut ke dalam darahnya. Tren ini bertahan pada akhir setiap jam, dengan penisilin masih aktif 60%. Katakanlah pada jam 8 pagi, pasien menerima penisilin dosis 300 mg.

   Isi tabel di bawah ini untuk menunjukkan berapa banyak penisilin yang masih ada dalam darah pasien antara pukul 8:00 dan 11:00.

Waktu	08:00	09:00	10:00	11:00
Penisilin (mg)	300			

9. $P(-4,3), Q(a,1), R(1,-2), S(b,2)$, dan $T(4,c)$ merupakan lima titik koordinat yang membentuk garis lurus, tentukan nilai a, b, dan c.

10. Seorang manajer pemasaran tertentu mendapat gaji sebesar Rp100.000.000,00 per tahun di samping komisi sebesar 5% untuk semua penjualan selama tahun tersebut. Persamaan berikut menunjukkan gaji tahunan yang diterimanya. Simbol-x merupakan total penjualan tahunan, sedangkan simbol y merupakan kompensasi tahunan.

a. Berapa gaji manajer tersebut jika penjualan sebesar Rp5.000.000.000,00 setiap tahunnya?
b. Berapa gaji manajer tersebut jika penjualan sebesar Rp3.000.000.000,00 setiap tahunnya?
c. Apa implikasinya terhadap koordinat perpotongan garis lurus dengan sumbu-y dalam kasus seperti ini?

B. Pengertian Kemiringan

Gambar 5.8 Tangga bersandar pada dinding

Perhatikan secara khusus tangga yang disandarkan pada dinding samping rumah pada Gambar 5.7. Tangga yang disandarkan ke dinding merupakan gambaran bagaimana garis lurus digunakan dalam kehidupan sehari-hari. Kemiringan tangga yang tepat harus diperhitungkan agar aman, nyaman, dan tidak berbahaya untuk dinaiki. Dapatkah kalian menentukan nilai kemiringan tangga tersebut? Dapatkah nilai kemiringan dipandang sebagai gradien dalam persamaan garis lurus?

Sekarang, cobalah untuk menemukan sesuatu dalam kehidupan sehari-hari yang menyerupai Gambar 5.8, yang menunjukkan kemiringan suatu garis.

Definisi

Kemiringan adalah rasio antara jarak vertikal terhadap jarak horizontal. Persamaan berikut menyatakan pengertian Kemiringan.

$$Kemiringan = \frac{perubahan\ panjang\ sisi\ tegak\ (vertikal)}{perubahan\ panjang\ sisi\ mendatar\ (horizontal)}$$

Sekarang, coba perhatikan baik-baik sajian Tabel 5.1 agar kalian dapat memahami kemiringan suatu garis dengan mudah. Setelah itu, coba lengkapi Tabel 5.1 di bawah ini.

Tabel 5.1 Kemiringan Persamaan Garis Lurus yang Melalui Dua Titik Koordinat

No	Persamaan Garis Lurus	Salah satu titik yang dilalui	Kemiringan/ Gradien (m)	Grafik Koordinat
1	$y = 2x$	$(1, 2)$	2 atau $\frac{2}{1}$ artinya 2 satuan ke atas dan 1 satuan ke kanan	1. $y=2x$; $+1$; $+2$; $m=2$
2	$y = -2x$	$(-1, 2)$	-2 atau $\frac{2}{-1}$ artinya 2 satuan ke atas dan 1 satuan ke kiri	2. $y=-2x$; -1; $+2$; $m=-2$

No	Persamaan Garis Lurus	Salah satu titik yang dilalui	Kemiringan/ Gradien (m)	Grafik Koordinat
3	$y = 2x - 4$	$(3, 2)$	2 atau $\frac{2}{1}$ atau $\frac{2-0}{3-2}$ artinya 2 satuan ke atas dan 1 satuan ke kanan	3. $y=2x-4$; $+1$; $+2$; $m=2$
4	$y = -2x + 6$	$(-1,8)$	-2 atau $\frac{6}{-3}$ atau $\frac{8-0}{-1-2}$ artinya 6 satuan ke atas dan 3 satuan ke kiri	4. $y=-2x+6$; -3; $+6$; $m=-2$
5	$y = x$	$(1,3)$	...	5.

No	Persamaan Garis Lurus	Salah satu titik yang dilalui	Kemiringan/ Gradien (m)	Grafik Koordinat
6	$y = 4x + 3$	$(-2, -5)$	...	

Berdasarkan hasil kegiatan pada kedua persamaan di atas, coba kalian eksplorasikan hasil diskusinya dengan menjawab beberapa pertanyaan berikut.

1. Apa yang membedakan garis yang melalui pusat koordinat dengan garis yang melalui titik lain dalam sistem koordinat?
2. Pada koordinat Cartesius, mengapa beberapa garis miring ke kanan sementara yang lain miring ke kiri?
3. Bagaimana cara menentukan persamaan garis dengan kemiringan m yang melalui pusat koordinat?
4. Bagaimana persamaan garis yang melalui sembarang titik (x_1, y_1) dan bergradien m?

Contoh 5.3

Jika diketahui garis dengan kemiringan 3 yang melalui titik $A(2,5)$; maka tentukan persamaan garis tersebut.

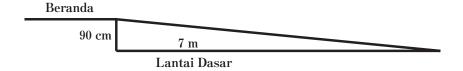
Alternatif penyelesaian

titik $A(2,5)$, maka $x_1 = 2$ dan $y_1 = 5$ dan $m = 3$.

Persamaan garisnya adalah

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m(x - x_1) \\ y - 5 &= 3(x - 2) \\ y - 5 &= 3x - 6 \\ y &= 3x - 6 + 5 \\ y &= 3x - 2 \end{aligned}$$

Jadi, persamaan garis dengan kemiringan 3 yang melalui titik $A(2,5)$ adalah $y = 3x - 2$

Sekarang pikirkan tentang masalah berikutnya. Gambar 5.9 di bawah ini mengilustrasikan teras belakang sekolah. Hal ini akan dibuat lebih sederhana bagi pengguna kursi roda dengan pembangunan jalur baru. Jika panjang jalan yang akan dibuat 7 meter dari tepi beranda, apakah memenuhi syarat keselamatan bagi pengguna kursi roda?

Gambar 5.9 serambi belakang sekolah

Berapa panjang jalan terkecil yang dapat dibuat agar dapat diakses oleh pengguna kursi roda?

Perhatikan dengan cermat pada Gambar 5.9 di atas; menunjukkan bahwa beranda naik 90 *cm* di atas permukaan tanah, dan jalan memanjang 7 *m*, atau 700 *cm*, dari bibir beranda. Persamaan berikut dapat digunakan untuk menghitung kemiringan jalan yang akan dibangun.

$$\begin{aligned} Kemiringan &= \frac{perubahan\ panjang\ sisi\ tegak\ (tinggi\ beranda)}{perubahan\ panjang\ sisi\ mendatar\ (panjang\ jalan\ dari\ bibir\ beranda)} \\ &= \frac{90}{700} \\ &= \frac{9}{70} \approx 0,128 \end{aligned}$$

Dengan demikian, karena jalan yang sedang dibangun memiliki kemiringan kurang dari 0,15; maka sudah sesuai dengan peraturan keselamatan pengguna kursi roda.

Tahukah Kalian?

Tahukah kalian bahwa Australia, negeri Kanguru, memiliki aturan dan larangan terkait kemiringan suatu jalan atau lintasan tertentu?

- Untuk mengakomodasi pengguna kursi roda, kemiringan jalan tidak boleh melebihi 0,15.
- Kemiringan tidak boleh lebih dari 0,25 di area parkir yang aman.
- Kemiringan tidak boleh lebih dari 0,875 persen pada anak tangga bangunan.
- Untuk pejalan kaki, kemiringan trotoar tidak boleh lebih besar dari 0,325.

Jarak terpendek yang dapat dibangun dengan tetap aman bagi pengguna kursi roda timbul dari kemiringan jalan yang direkomendasikan sebesar 0,15.

Dengan asumsi bahwa untuk jalur terpendek yang diperlukan adalah memiliki panjang x_2 maka perhitungannya dapat dilakukan seperti berikut.

$$Kemiringan = \frac{perubahan\ panjang\ sisi\ tegak\ (tinggi\ beranda)}{perubahan\ panjang\ sisi\ mendatar\ (panjang\ jalan\ terpendek)}$$

$$0,15 = \frac{90}{x} \qquad substitusikan\ ukuran\ yang\ diketahui$$

$$0,15x = 90 \qquad kalikan\ keda\ ruas\ oleh\ x$$

$$x = 600 \qquad bagi\ kedua\ ruas\ oleh\ 0,15$$

Jadi, jalur terpendek dari tepi anak tangga adalah 600 cm, atau 6 meter.

Agar kalian lebih memahami cara mendapatkan persamaan garis lurus, cobalah berbicara dengan teman kalian tentang pertanyaan berikut:

1. Apa pengetahuan dan pemahaman kalian tentang kemiringan garis lurus?

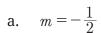
2. Apa yang dapat kalian simpulkan dari kemiringan garis lurus?
3. Bagaimana cara menemukan persamaan garis lurus jika diketahui kemiringan dan titiknya?

Coba kalian perhatikan dengan cermat Tabel 5.2 berikut, kemudian lengkapi.

Tabel 5.2 Persamaan garis lurus dengan kemiringan dan melalui titik tertentu

Melalui Titik	Kemiringan (m)	Persamaan Garis Lurus
$(0, 0)$	2	$y = 2x$
$(0, 0)$	-2	$y = -2x$
$(0, 0)$	3	...
$(0, 0)$	-3	...
$(1, 1)$	0	$y = -1$
$(-1, -1)$	0	...
$(0, 2)$	1	$y = x + 2$
$(1, -2)$	2	...

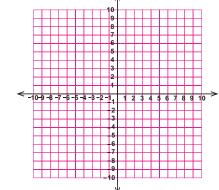
4. Jika diketahui kemiringan garis lurus seperti berikut ini, maka gambarlah grafiknya.

a. $m = -\frac{1}{2}$

b. $m = -1$

c. $m = -2$

d. $m = \frac{1}{2}$

e. $m = 1$

f. $m = 2$

Perhatikan baik-baik garis yang telah kalian gambar. Berapakah kemiringan garis tersebut?

Coba simpulkan, menurut kalian apa hubungan antara gambar garis lurus dan kemiringan?

Ayo Berpikir Kreatif

Segitiga siku-siku terdiri dari tiga titik: $A(a, 5), B(-2, 3), dan\ C.(3, b)$. Dapatkah kalian menemukan kemungkinan terbentuknya segitiga siku-siku dan ukuran kemiringannya dengan membuat sketsa? Jelaskan alasan kalian.

Ayo Berpikir Kritis

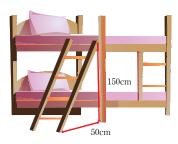
Menurut Durahman, suatu garis tidak mempunyai nilai kemiringan jika sejajar dengan sumbu y dan kemiringannya bernilai nol jika sejajar dengan sumbu x. Burhan, di sisi lain mengatakan bahwa setiap garis sejajar memiliki nilai kemiringan yang sama dan hasil kali dari dua kemiringan garis saling tegak lurus adalah -1. Setujukah kalian dengan pendapat Durahman dan Burhan? Jelaskan alasan kalian.

Ayo Berteknologi

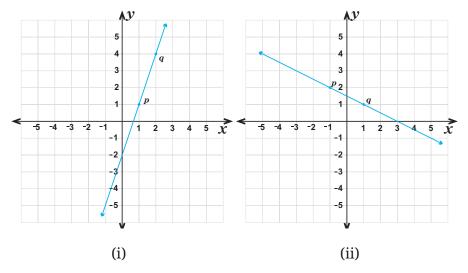
Agar lebih jelas tentang materi gradien, coba kalian buka link berikut ini

s.id/1uhpw

Soal Latihan 5.2

1. Identifikasi besar kemiringan tangga tempat tidur di bawah ini.

Gambar 5.10 Tangga Bersandar

2. P dan Q mewakili dua titik pada garis untuk masing-masing grafik berikut.

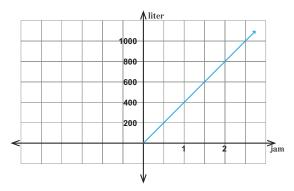
(i) (ii)

a. Berapa besar kemiringan untuk masing-masing garis tersebut?

b. Tentukan dua titik lain berbeda pada masing-masing garis tersebut, lalu hitunglah besar kemiringannya. Apakah besar kemiringan garis tersebut berubah atau tetap sama? Mengapa demikian?

3. Tentukan kemiringan garis dan perpotongan pada sumbu-y untuk setiap garis lurus pada tabel di bawah ini.

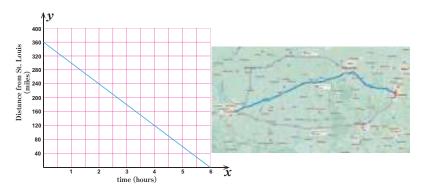
Persamaan Garis Lurus	Kemiringan Garis	Perpotongan Sumbu-y
$y = 12x$		
$y = 3x + 2$		
$y = 5x - 2$		
$y = -2x + 4$		
$y = \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}$		
$x + y + 1 = 0$		
$2y - 10x = 8$		

4. Asumsikan hubungan antara tinggi pesawat dan waktu terbang dalam 12 detik pertama diwakili oleh grafik garis dengan kemiringan 12. Apa arti kemiringan dalam konteks ini?

5. Hubungan antara waktu dan volume air yang keluar dari kran terlihat pada grafik di sebelah kiri. Berapa banyak kran yang harus dibuka jika kita membutuhkan 2000 liter air dalam dua jam?

6. Apabila kemiringan garis yang melalui titik $(-5, 2p)$ dan $(-1, p)$ besarnya sama dengan kemiringan garis yang melalui titik $(1, 2)$ dan $(3, 1)$; maka hitung nilai p.

7. Tentukan nilai yang belum diketahui dari dua pertanyaan berikut
   a. Apabila kemiringan aris yang melalui titik $A(-2, 3)$ dan $B(2, p)$ adalah $\frac{1}{2}$; maka hitung nilai p.
   b. Apabila kemiringan aris yang melalui titik $(4, h)$ dan $(h+3, 7)$ adalah $-\frac{1}{4}$; maka hitunglah nilai h.

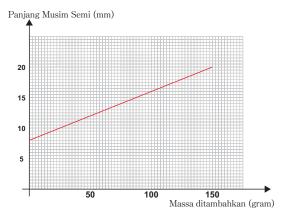
8. Apabila kalian berjalan melalui jalan yang kemiringannya besar, maka kalian akan mengalami lebih cepat capek daripada kalian berjalan melalui jalan datar. Begitu juga apabila kalian berjalan pada jalan datar dengan kemiringannya nol akan lebih cepat sampai pada tujuan daripada kalian berjalan pada lintasan yang kemiringannya lebih dari nol. Setujukah kalian dengan kedua pernyataan tersebut? Jelaskan alasan kalian.

9. Keluarga kalian mengemudi dari Cincinnati ke St Louis. Grafik tersebut menghubungkan jarak kalian dari St Louis y (dalam mil) dan waktu tempuh x (dalam jam).

a. Interpretasikan perpotongan x dan y.

b. Apa itu kemiringan? Apa yang diwakili oleh kemiringan dalam situasi ini?

c. Tulis persamaan garis. Bagaimana grafik dan persamaan berubah jika kalian dapat melakukan perjalanan dalam garis lurus?

10. Dalam sebuah percobaan, massa yang ditambahkan ke ujung pegas vertikal secara bertahap meningkat.

Pada akhir percobaan, komputer menghasilkan grafik yang ditunjukkan di halaman berikut ini.

a. Tuliskan panjang pegas tanpa penambahan massa.

b. (i) Hitung kemiringan garis lurus yang ditarik pada grafik.

(ii) Jelaskan apa yang didapat dari kemiringan grafik ini dalam kaitannya dengan eksperimen.

c. Garis lurus berhenti di depan tepi kanan kertas grafik. Mengapa hal ini mungkin?

Perhatikan bagaimana persamaan garis lurus $y = mx + c$ dengan kemiringan m dan melalui titik ditulis (x_1, y_1). Setelah itu, coba fokuskan perhatian kalian pada Tabel 5.3 berikut dan selesaikan bentuk lain persamaan garis lurus dengan berbicara dengan teman-temanmu.

Tabel 5.3 Persamaan Garis Lurus dengan Kemiringan m dan Melalui Titik (x_1, y_1)

No.	Melalui Titik	Kemiringan (m)	Bentuk Persamaan Garis Lurus	Bentuk Lain Persamaan Garis Lurus
1	$(0, 0)$	2	$y = 2x$	$y - 0 = 2(x - 0)$
2	$(1, 3)$	3	$y = 3x$	$y - 3 = 3(x - 1)$
3	$(-4, -2)$	2	$y = 2x + 6$	$y + 2 = 2(x + 4)$

No.	Melalui Titik	Kemiringan (m)	Bentuk Persamaan Garis Lurus	Bentuk Lain Persamaan Garis Lurus
4	$(-1,3)$	3	$y=3x+6$	$y-\ldots=\ldots(x+\ldots)$
5	$(2,-2)$	3	$y=3x-8$	$y-\ldots=\ldots(x+\ldots)$
6	$(1,-2)$	-2	$y=-2x$	$y+\ldots=\ldots(x-\ldots)$
7	$(1,2)$	-2	$y=-2x+4$	$y-\ldots=\ldots(x-\ldots)$
8	$(-1,-3)$	-2	$y=-2x-5$	$y+\ldots=\ldots(x+\ldots)$
9	$(1,2)$	2	$y=2x$	$y-\ldots=\ldots(x-\ldots)$
10	$(0,0)$	-4	...	$y-\ldots=\ldots(x-\ldots)$
11	$(4,2)$	5	...	$y-\ldots=\ldots(x-\ldots)$
12	(x_1,y_1)	m	...	$y-\ldots=\ldots(x-\ldots)$

Kesimpulan apa yang dapat kalian buat dari persamaan garis lurus dan bentuk lain persamaan garis lurus yang melalui titik dengan $(x_1,\ y_1)$ memiliki kemiringan m berdasarkan hasil diskusimu? Uraikan hasil kesimpulan kalian.

Definisi

Persamaan garis $y=mx+c$ merupakan suatu persamaan garis dengan gradien m dan memotong sumbu-y di titik $(0,c)$.

Persamaan garis yang melalui titik (x_1,y_1) dan bergradien m adalah $y-y_1=m(x-x_1)$.

Tahukah Kalian?

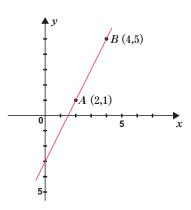
Fungsi linier adalah nama lain dari persamaan garis lurus.

Contoh 5.4

Bagaimana cara mententukan kemiringan garis yang melalui titik $A\ (2, 1)$ dan $B\ (4, 5)$.

Alternatif penyelesaian

Misalkan $(2, 1)$ adalah (x_1, y_1) dan $(4,5)$ adalah (x_2, y_2).
Sehingga kemiringan garis AB adalah sebagai berikut:

$$AB = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-1}{4-2} = 2$$

Gambar 5.11 Grafik dengan Kemiringan Positif

Perlu diingat bahwa apabila suatu garis memiliki kemiringan positif, maka bentuk garis tersebut selalu miring ke kanan atas.

Contoh 5.5

Tentukan kemiringan garis lurus yang melalui titik $(1, 2)$ dan $(-2, 5)$.

Alternatif penyelesaian

Misalkan $(1, 2)$ adalah (x_1, y_1) dan $(-2,5)$ adalah (x_2, y_2).

Sehingga kemiringan garis adalah sebagai berikut:

$$\text{Kemiringan garis} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$= \frac{5-2}{(-2)-1}$$
$$= -1$$

Gambar 5.12 Grafik dengan Kemiringan Negatif

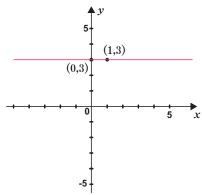
Perlu diingat bahwa apabila suatu garis memiliki kemiringan negatif, maka bentuk garis tersebut selalu miring ke kiri.

Contoh 5.6

Tentukan kemiringan garis lurus yang sejajar dengan sumbu-x dan melalui titik $(1, 3)$.

Alternatif penyelesaian

Garis mendatar yang melalui titik $(1, 3)$ pada grafik tersebut juga melalui titik $(0, 3)$.

$$\text{Kemiringan garis} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$= \frac{3-3}{1-0}$$
$$= \frac{0}{1}$$
$$= 0$$

Gambar 5.13 Grafik Sejajar dengan Sumbu-x

Contoh 5.7

Tentukan kemiringan garis lurus yang sejajar dengan sumbu-y dan melalui titik $(2, 4)$.

Alternatif penyelesaian

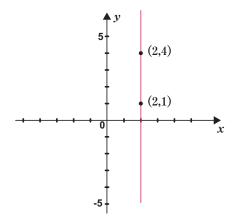
Grafik vertikal melalui titik $(2, 4)$ dan $(2, 1)$, sehingga kemiringan garis tersebut adalah sebagai berikut.

Kemiringan garis

$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{1-4}{2-2}$

$= \frac{-3}{0}$

(*tak terdefinisi*)

Gambar 5.14 Grafik yang sejajar dengan sumbu y

Ayo Berpikir Kritis

Perhatikan dengan cermat dan pertimbangkan alternatif penyelesaian dari contoh 5.4, 5.5, 5.6, dan 5.7.

1. Titik mana sajakah yang menentukan di mana suatu garis lurus melalui titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) menghasilkan kemiringan positif?
2. Titik mana sajakah yang menentukan di mana suatu garis lurus melalui titik(x_1, y_1) dan (x_2, y_2) menghasilkan kemiringan negatif?
3. Apakah suatu garis tertentu dapat memiliki lebih dari satu nilai kemiringan? Jelaskan.

Ayo Berpikir Kreatif

Pada kegiatan sebelumnya, kalian telah berhasil menemukan cara tertentu pada bentuk persamaan garis lurus yang melalui titik (x_1, y_1) dengan kemiringan m.

Oleh karena itu, coba kalian perhatikan dengan cermat pada kasus-kasus berikut, bagaimana cara menentukan kemiringan m pada suatu garis.

Kasus 1. kemiringan garis yang melalui dua titik.

Kasus 2. kemiringan garis yang saling sejajar terhadap satu garis tertentu.

Kasus 3. kemiringan garis yang saling tegak lurus terhadap satu garis tertentu.

Tuliskan hasil kerja kalian sejelas mungkin sehingga teman kalian akan mudah membacanya. Pamerkan hasil karya kalian untuk mendapatkan umpan balik dari teman-teman kalian.

Ayo Berteknologi

Agar lebih jelas tentang materi Persamaan Garis Lurus Melalui Gradien dan Satu Titik, coba kalian buka link berikut ini.

https://s.id/1uhpX

Ayo Bereksplorasi

Kalian perlu mengetahui bentuk lain dari persamaan garis lurus. Perhatikan dengan cermat contoh 5.8 berikut ini.

Contoh 5.8

Jika diketahui suatu garis melalui titik $(-4, p)$ dan $(1, 2)$ dengan kemiringan $-\frac{3}{4}$, maka hitung nilai p.

Alternatif penyelesaian

Misalkan $(-4, p)$ adalah (x_1, y_1) dan $(1,1)$ adalah (x_2, y_2)

Diketahui kemiringan garisnya adalah $-\frac{3}{4}$.

Substitusi nilai tersebut ke rumus kemiringan garus, sehingga didapat sebagai berikut:

Kemiringan garis $= \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = -\dfrac{3}{4}$

$$-\frac{3}{4} = \frac{2-p}{1-(-4)} \quad \textit{substitusi nilai } x \textit{ dan } y$$

$$-\frac{3}{4} = \frac{2-p}{5} \quad \textit{sederhanakan}$$

$$(-3)\times 5 = 4(2-p) \quad \textit{kalikan silang}$$

$$-15 = 8-4p \quad \textit{sederhanakan}$$

$$-15-8 = -4p \quad \textit{kurangkan kedua ruas oleh } 8$$

$$-23 = -4p \quad \textit{sederhanakan}$$

$$\frac{23}{4} = p \quad \textit{bagi kedua ruas oleh } -4$$

Coba terapkan hasil pembelajaranmu pada bentuk lain persamaan garis lurus yang melalui dua titik yaitu titik $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$, berdasarkan hasil pengamatan dan pembahasan pada materi persamaan garis lurus yang telah kalian pelajari.

Tabel 5.4 Persamaan Garis Lurus yang melalui titik $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$

No.	Kemiringan (m)	Titik A	Titik B	Persamaan Garis Lurus	Bentuk Lain Persamaan Garis Lurus
1	0	$(1, 2)$	$(3, 2)$	$y = 2$	...
2	*tidak terdefinisi*	$(-1, 3)$	$(-1, -1)$	$x = -1$	...

No.	Kemiringan (m)	Titik A	Titik B	Persamaan Garis Lurus	Bentuk Lain Persamaan Garis Lurus
3	1	$(2,5)$	$(6,9)$	$y=x+3$	$\frac{y-5}{9-5}=\frac{x-2}{6-2}$
4	$-\frac{1}{2}$	$(4,3)$	$(16,-3)$	$2y=-x+10$	$\frac{y-3}{-3-3}=\frac{x-4}{16-4}$
5	$-\frac{3}{4}$	$(0,3)$	$(4,0)$	$3x+4y=12$	$\frac{y-0}{3-0}=\frac{x-4}{0-4}$
6	...	$(2,-4)$	$(-1,1)$	$y=-3x-2$	$\frac{y-\dots}{\dots-(-4)}=\frac{x-2}{\dots-\dots}$
7	$\frac{4}{3}$	$(1,2)$	$(-2,-2)$	$3y=4x+2$	$\frac{y-\dots}{\dots-\dots}=\frac{x-\dots}{\dots-\dots}$
8	...	$(-2,2)$	$(1,0)$	$y=-2x-2$	$\frac{y-2}{0-2}=\frac{x-(-2)}{1-(-2)}$
9	5	...	...	...	$\frac{y-11}{(-4)-11}=\frac{x-3}{0-3}$
10	...	$(-1,9)$	$(-2,5)$	...	$\frac{y-9}{5-9}=\frac{x-(-1)}{-2-(-1)}$
11	2	$(2,-3)$	...	$2x-y-7=0$	$\frac{y-\dots}{\dots-\dots}=\frac{x-\dots}{\dots-\dots}$
12	$\frac{y_2-\dots}{\dots-x_1}$	(x_1, y_1)	(x_2, y_2)	$y-y1=m(x-x1)$ *atau* $-y2=m(x-x2)$	$\frac{y-\dots}{\dots-\dots}=\frac{x-\dots}{\dots-\dots}$

Berdasarkan hasil kegiatan diskusi kalian pada Tabel 5.4 di atas, usahakan untuk memastikan bahwa bentuk umum dari persamaan garis yang melalui dua titik $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$ dapat diketahui dengan pasti. Pada baris pertama dan kedua mengapa tidak diisi untuk bentuk lain persamaan garis lurus? Apakah hal ini ada berhubungannya dengan bentuk umum persamaan garis? Jelaskan tanggapan kalian.

Ayo Berkomunikasi

Ketika koordinat dua titik yang dilalui garis diketahui, maka akan didapat suatu persamaan garis lurus tertentu. Lakukan yang terbaik untuk mendapatkan persamaan garis yang melalui $(1,-5)$ dan $(-2,4)$.

Penyelesaian Pertama

Pendekatannya dengan cara menggunakan rumus: $\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$

Substitusi titik $(1,-5)$ dan $(-2,4)$ ke Persamaan rumusnya

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$
$$\frac{y-(-5)}{4-(-5)}=\frac{x-1}{(-2)-1}$$
$$\frac{y+5}{9}=\frac{x-1}{-3}$$
$$-3(y+5)=9(x-1)$$
$$-(y+5)=3(x-1)$$
$$-y-5=3x-3$$
$$-y=3x-3+5$$
$$-y=3x+2$$
$$y=-3x-2$$

Jadi, persamaan garis yang melaui titik $(1,-5)$ dan $(-2,4)$ adalah $y=-3x-2$

Penyelesaian Kedua

Pendekatan kedua dengan menggunakan rumus kemiringan garis lurus, yakni:

Kemiringan garis $=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$=\frac{4-(-5)}{-2-1}$

$=-3$

Bentuk umum persamaan garis, yaitu $y=mx+c$, dan $(-2,4)$

sehingga didapat sebagai berikut:

$y = mx + c$

$4 =- 3(-2) + c$

$c =- 2$

Jadi, persamaan garis yang melaui titik (1,-5) dan (-2,4) adalah $y =- 3x - 2$

Catatan: Hasil yang sama jika $(1,-5)$ digunakan untuk menentukan nilai *c*

Penyelesaian Ketiga

Pendekatan ketiga ini, yaitu menghitung kemiringan garis yang dimaksud dengan membandingkan dua bentuk aljabar.

$P(x,y)$ dapat berupa sembarang titik pada garis. Akibatnya, kemiringan garis melalui titik $(-2,4)$ dan $P(x,y)$ adalah: $m = \frac{y-4}{x-(-2)} = \frac{y-4}{x+2}$

Sehingga, kemiringan garis kurus yang melalui titik (1,-5) dan (-2,4) adalah $m = \frac{4-(-5)}{-2-1} =- 3$

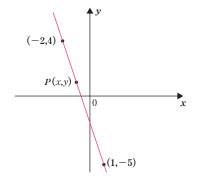
Dikarenakan nilai kemiringannya sama, maka didapat sebagai berikut:

$$\frac{y-4}{x+2} =- 3$$

$$y - 4 =- 3(x+2) \quad \textit{kalikan kedua ruas oleh } x+2$$

$$y - 4 =- 3x - 6 \quad \textit{sederhanakan}$$

$$y =- 3x - 2 \quad \textit{tambahkan kedua ruas oleh } 4$$

Jadi, persamaan garis yang dimaksud adalah $y =- 3x - 2$

Gambar 5.15 Grafik persamaan $y =- 3x - 2$

Ayo Berteknologi

Agar lebih jelas tentang materi Persamaan garis lurus yang melalui dua titik, coba kalian lakukan kegiatan berikut ini untuk memperdalam pengetahuan kalian.

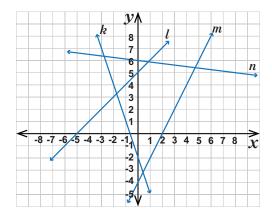
Coba pelajari tentang materi Persamaan Garis Lurus Melalui Dua Titik melalui video di Youtube, coba dengan kata pencarian "Persamaan Garis Lurus Melalui Dua Titik".

Ayo Berpikir Kritis

Pelajari tentang persamaan garis lurus dengan membaca bahan referensi. Cobalah untuk menyelesaikan masalah apapun dengan menggunakan persamaan garis lurus dalam buku tersebut. Jika kalian mengalami kesulitan dalam memahami isi buku tersebut, silakan konsultasikan dengan guru kalian. Bersama dengan teman-teman kalian, bicarakan tentang temuan tersebut. Kemudian, buatlah laporan dari temuan dan berikan kepada Guru kalian.

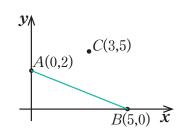
Soal Latihan 5.3

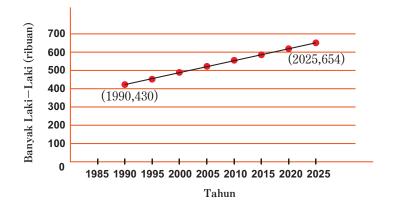
1. Tentukan persamaan garis lurus untuk setiap garis pada gambar di halaman berikut.
   a. k
   b. l
   c. m
   d. n
   e. Melalui titik $(-1,6)$ dan tegak lurus garis l
   f. Melalui titik $(7,0)$ dan sejajar garis k
   g. Melalui titik $(0,0)$ dan sejajar garis n
   h. Melalui titik $(-3,-3)$dan tegak lurus garis m

2.

Koordinat titik A, B dan C berturut-turut adalah $(0,2)$, $(5,0)$ dan $(3,4)$.

a. Garis l_1 melalui titik C dan kemiringannya sama dengan kemiringan garis AB. Identifikasi persamaan garis l_1.

b. Garis l_2 memotong sumbu y di titik D, memiliki kemiringan 2, dan melalui titik C.

3.

Diketahui ABC adalah garis lurus. Jika A adalah titik (0,8); B adalah titik $(4,0)$; C adalah titik tengah AB; dan Garis DCE tegak lurus dengan garis ABC; maka tentukan persamaan garis DCE.

4. Grafik di halaman berikut ini menunjukkan perubahan secara linier dalam angkatan kerja laki-laki di suatu provinsi yang berusia di atas 20 tahun dari tahun 1990 hingga 2025. Sekitar 430.000 pria berusia di atas 20 tahun memiliki pekerjaan pada tahun 1990. Jumlah tersebut meningkat menjadi 654.000. pada tahun 2025.

a. Hitunglah besar kemiringan garis tersebut dengan menggunakan titik (1990, 430) dan (2025, 654).

b. Dalam konteks kasus ini, apa yang dimaksud dengan kemiringan pada soal poin a?

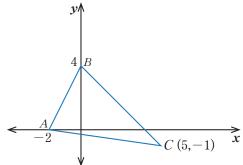
5. Sebuah garis lurus melalui titik (p, q) dan (r, s); dimana:

   $p + 2 = r$

   $q + 4 = s$

   Temukan kemiringan garisnya.

6. Arista menerima bunga 4.000 rupiah setiap bulan atas tabungannya di bank sebesar 500.000 rupiah. Jika Arista memutuskan untuk menyimpan semua uangnya, tunjukkan dengan sepasang titik berapa banyak yang akan dia miliki setelah dua dan empat bulan (dalam ribuan rupiah). Buatlah persamaan garis yang mengilustrasikan hubungan antara jumlah uang yang dimiliki (dalam ribuan rupiah) dan waktu (dalam bulan).

7. Tentukan persamaan garis yang tegak lurus dengan garis AB dan melalui titik C.

8. Roni menerima bunga 4.000 rupiah setiap bulan atas tabungannya di bank sebesar 500.000 rupiah. Jika Roni memutuskan untuk menyimpan semua uangnya, tunjukkan dengan sepasang titik berapa banyak yang akan dia miliki setelah dua dan empat bulan (dalam ribuan rupiah). Gambarkan hubungan antara jumlah uang

yang dimiliki (dalam ribuan rupiah) dan perjalanan waktu (dalam bulan) menggunakan persamaan garis (petunjuk: pertama-tama gambarlah titik-titik pada bidang koordinat kemudian gunakan gambar untuk menulis persamaan garis).

9. Apabila diketahui dua titik $P(1,1)$ dan $Q(12,-1)$. Garis l dengan kemiringan $-\frac{3}{4}$ dan melalui titik Q. Berapakah panjang jarak antara titik P dan garis l.

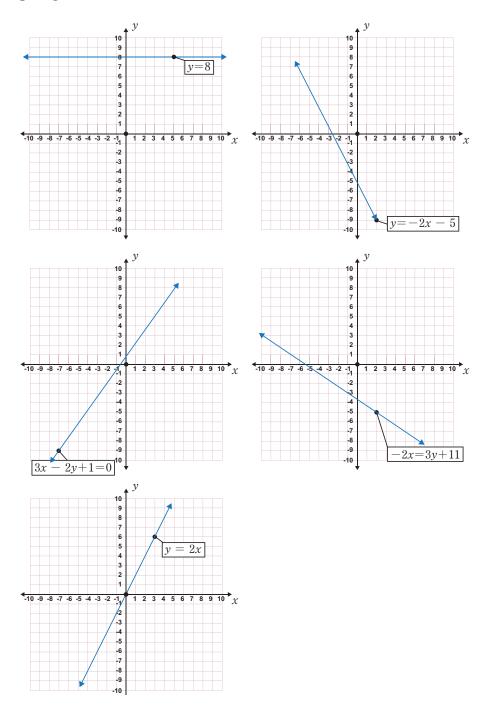
10. Bandara diatur untuk menerima pesawat yang tiba. Pesawat menelusuri garis lurus dengan kemiringan -3 dari keberangkatan roda (0 detik) hingga mendarat. Pesawat berada 700 meter di atas bumi pada 2 detik setelah roda lepas landas.

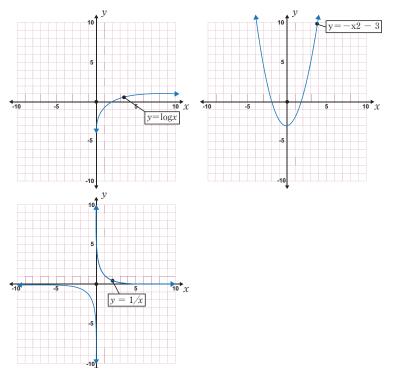
    a. Buat persamaan garis yang mengilustrasikan hubungan antara waktu dan ketinggian pesawat.
    b. Buatlah tabel sesuai dengan poin (a), kemudian buat sketsa grafiknya.
    c. Berapa ketinggian pesawat di atas bumi delapan detik setelah roda muncul?
    d. Seberapa cepat pesawat menyentuh tanah? Bagaimana hasil tersebut ditemukan?
    e. Berapa lama pesawat akan mencapai 550 meter di atas bumi?

Projek Bab 5

1. Pelajari langkah demi langkah cara membuat grafik persamaan garis lurus. Buat laporan, lalu tampilkan di papan display.

   Mendesain grafik persamaan garis lurus cukup sederhana menggunakan perangkat lunak komputer (Excel, Fx Draw, GeoGebra, Maple, Mathematica, Mathlab). Apakah kalian masih merasa perlu untuk mendesain grafik persamaan garis lurus secara manual? Mengapa?

Berikut ini contoh hasil desain grafik persamaan garis lurus dari peragkat lunak Fx Draw.

Gambar 5.16 Contoh Grafik Persamaan Garis Lurus

Berikut ini bukan hasil desain grafik bukan persamaan garis lurus dari perangkat lunak Fx Draw.

Gambar 5.17 Contoh Grafik Bukan Persamaan Garis Lurus

Dengan menggunakan *software* yang sudah tersedia, buatlah beberapa grafik fungsi. Atur grafik ke dalam kategori yang diinginkan. Misalkan, nilai kemiringan garis lurusnya sama, dua garis sejajar, dua garis tegak lurus, dan lainnya. Memberikan umpan balik untuk setiap kelompok. Jelaskan pengelompokan yang kalian buat.

2. Jika kalian tidak memiliki akses ke komputer atau sekolah tidak memiliki lab komputer, coba buat grafik persamaan garis lurus berikut pada beberapa kertas berpetak yang telah kalian siapkan untuk dibuat.

   a. $ax + by + c = 0$

   b. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

   Jelaskan cara termudah untuk mendesain grafik tersebut.

   Catatan: Silakan sesuaikan nilai a dan b sesuai keinginan.

3. Pastikan untuk menyajikan hasil desain grafik yang kalian buat dengan baik sehingga teman kalian akan menganggapnya menarik dan mudah dibaca. Pajanglah hasil desain grafik tersebut pada papan pajangan dan mintalah umpan balik dari rekan-rekan kalian. kalian harus dengan senang hati memberi tahukan kepada mereka jika ada teman kalian yang penasaran dengan hasil pekerjaan kalian terkait dengan salah satu aplikasi komputer tersebut.

Ayo Berefleksi

Coba ingat-ingat, setelah membaca Bab 5 ini, apakah ada yang belum kalian pahami? Jika ada, cobalah untuk mengulasnya atau bicarakan dengan teman kalian tentang hal tersebut untuk didiskusikan.

Tuliskan topik yang menurut kalian sulit untuk dipahami dan rangkum apa yang telah kalian pelajari. Kemudian, coba kalian jelaskan keempat hal berikut ini:

a. Apa maknanya dari kemiringan garis lurus?

b. Apabila diketahui suatu garis lurus melalui dua titik koordinat tertentu, bagaimana cara kalian menentukan persamaan garis lurus tersebut?

c. Apabila diketahui suatu garis lurus dilalui oleh suatu titik koordinat dengan nilai kemiringan tertentu, bagaimana cara kalian menentukan persamaan garis lurus tersebut?

d. Apa sajakah syarat dari dua garis yang salaing sejajar, berpotongan, dan tegak lurus?

Apakah Anda mengalami ketidaknyamanan saat belajar karena takut, bosan, sulit dipahami, atau senang? Beritahukan hal tersebut kepada guru kalian.

Penguatan Karakter

Langkah-langkah dalam menyelesaikan persamaan garis lurus membutuhkan proses penyelesaian yang sesuai dengan kode etik matematika dan butuh ketelitian dalam menguraikannya, sehingga strategi yang digunakan tepat dan benar sesuai dengan yang diinginkan. Apabila hal ini dikaitkan dalam kehidupan nyata, maka bisa dianalogikan dengan ketaatan pada prinsip. Apabila menjadi warga negara Indonesia jangan mudah menuntut, kalau kewajibannya belum dipenuhi. Jadilah warga negara yang patuh pada kewajiban. Apabila ada masalah temukan solusinya dengan gigih, bila belum ditemukan sekarang bisa nanti. Jangan putus asa dalam menghadapi masalah. Dalam proses menyelesaikan masalah, kita harus bersungguh-sunguh dan patuh terhadap aturan bangsa dan negara.

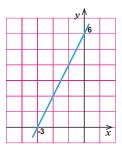
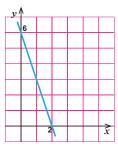
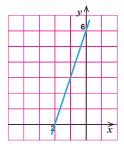
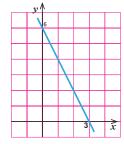
Uji Kompetensi Bab 5

A. Pilihlah jawaban pada soal berikut dengan jawaban yang benar dan tepat

1. Grafik berikut yang sesuai dengan persamaan $3x - y + 6 = 0$ adalah ....

a.

c.

b.

d.

2. Persamaan Garis Lurus $y = mx + c$ melalui titik (x_1, y_1) dengan kemiringan m. Coba fokuskan perhatian Kalian pada bentuk lain persamaan garis lurus dalam tabel.

No.	Kemiringan (m)	Melalui Titik	Bentuk Persamaan Garis Lurus	Bentuk Lain Persamaan Garis Lurus
1	2	$(0, 0)$	$y = 2x$	$y - 0 = 2(x - 0)$
2	3	$(1, 3)$	$y = 3x$	$y - 3 = 3(x - 1)$
3	2	$(-4, -2)$	$y = 2x + 6$	$y + 2 = 2(x + 4)$
4	2	$(1, 2)$	A	$y - 2 = 2(x - 1)$
5	3	$(2, -2)$	B	$y + 2 = 3(x - 2)$

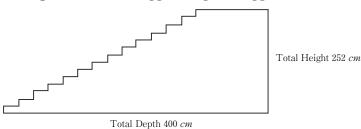
Berdasarkan sajian pada tabel di atas, maka bentuk persamaan garis lurus A dan B berturut-turut adalah.....

a. $y = 2x$ dan $y = 3x - 8$

b. $y = 2x - 1$ dan $y = 3x$

c. $y = 2x + 1$ dan $y = 3x + 4$

d. $y = 2x$ dan $y = 3x - 4$

3. Diagram berikut menunjukkan suatu tangga pada rumah tertentu, terdapat 14 anak tangga dengan tinggi $252\ cm$.

Total tinggi untuk setiap pijakan dari 14 pijakan adalah.....

a. 14 cm

b. 18 cm

c. 28 cm

d. 36 cm

4. Persamaan garis yang tegak lurus dengan garis $y = \frac{1}{3}x - 6$ dan melalui titik $(-2, 4)$ adalah ......

a. $y = -3x$

b. $y = 3x - 6$

c. $y = 3x + 4$

d. $y = -3x - 2$

5. Titik $P(2,-1)$ dan $R(6,2)$ merupakan titik sudut yang berhadapan pada sisi persegi panjang $PQRS$ yang sejajar dengan sumbu-sumbu koordinat, maka persamaan garis yang melalui titik Q dan S adalah ....

   a. $4x - 3y + 14 = 0$ c. $3x + 4y - 14 = 0$

   b. $4x + 3y - 14 = 0$ d. $3x - 4y + 33 = 0$

B. Kerjakan soal-soal berikut dengan benar

6. Cocokkan setiap persamaan garis lurus pada poin a) dengan kemiringan garis pada poin b) dengan titik potong pada sumbu-y pada poin c) dan gambar grafik pada poin d).

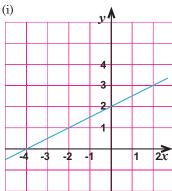
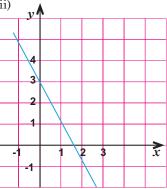
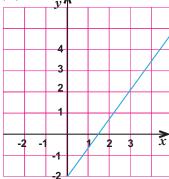
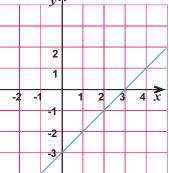
   a. (i) $y = x - 3$
      (ii) $y = 3x - 2$
      (iii) $2y - x = 4$
      (iv) $2x + y - 3 = 0$

   b. (i) kemiringan = -2
      (ii) kemiringan = $\frac{1}{2}$
      (iii) kemiringan = 3
      (iv) kemiringan = 1

   c. (i) $(0, 3)$
      (ii) $(0, 2)$
      (iii) $(0, -2)$
      (iv) $(0, -3)$

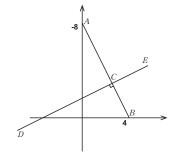
   d.
(i)

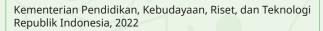
(ii)

(iii)

(iv)

7. Persentase pembelajaran yang terjadi dengan akses internet digambarkan pada grafik di samping.

   a. Antara tahun 2021 dan 2023, seberapa besar laju persentase kelas yang memiliki akses internet akan berubah?
   b. Tahun berapakah akan ada sebesar 90% ruang kelas yang menggunakan internet jika persentase kelas yang menggunakan internet meningkat antara tahun 2022 dan 2023?
   c. Apakah grafiknya akan terus naik tanpa batas? Jelaskan.

8. ACB adalah garis lurus. A adalah titik $(0, 8)$, dan B adalah titik $(4, 0)$. C adalah titik tengah AB. Garis DCE tegak lurus dengan garis ACB.

   Tentukan persamaan garis DCE.

9. Kemiringan ketiga garis, l_1, l_2 dan l_3; berturut-turut adalah 3, 4, dan 5. Sumbu-y dilalui oleh ketiga garis tersebut pada titik yang sama. Pada titik-titik di mana setiap garis memotong sumbu-x, jumlah koordinat x tersebut sama dengan $\frac{47}{60}$. Temukan persamaan garis l_1, l_2 dan l_3.

10. Titik $A\,(5, -4), B\,(2, -8)$ dan $C\,(k, -12)$ terdapat pada garis tertentu yang segaris.
    a. Tentukan nilai k
    b. Titik P berada di sumbu-x sedemikian sehingga $AP = AB$,
       (i) Tentukan koordinat titik P.
       (ii) Tentukan persamaan garis yang melalui P dan titik $(0,4)$.

Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi
Republik Indonesia, 2022

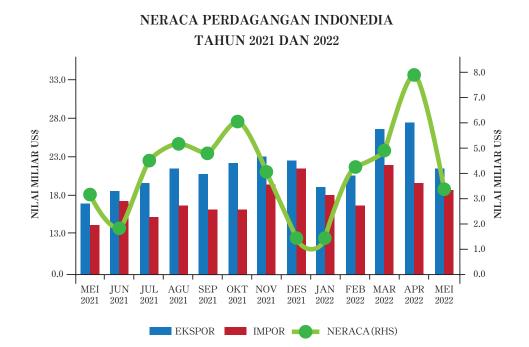
Matematika untuk SMP/MTs Kelas VIII

Penulis: Mohammad Tohir, dkk.
ISBN: 978-602-427-919-6 (Jil.2)

Bab 6

STATISTIKA

Mengapa diperlukan pemusatan dan penyebaran dari suatu data?

Pengantar Bab

Gambar 6.1 Neraca Perdagangan Indonedia Tahun 2021 dan 2022

Sumber: httpssatudata.kemendag.go.id

Statistika banyak digunakan dalam kehidupan sehari-hari, misalnya dalam bidang ekonomi, perindustrian, keuangan, kesehatan, perdagangan, dan bidang lainnya. Dalam bidang perdagangan, data tentang ekspor, impor, dan neraca akan lebih mudah terbaca jika disajikan dalam bentuk tabel dan diagram. Setelah kalian mempelajari penyajian data dalam berbagai diagram. Pada bab ini, kalian akan mempelajari pengukuran data yang meliputi ukuran pemusatan dan ukuran penyebaran dari suatu data.

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari Bab ini diharapkan kalian dapat:

√ Menentukan ukuran pemusatan data (modus, median, dan rata-rata)

√ Menentukan ukuran penyebaran data (jangkauan, kuartil, dan simpangan kuartil)

√ Menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan ukuran pemusatan

√ Menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan ukuran penyebaran

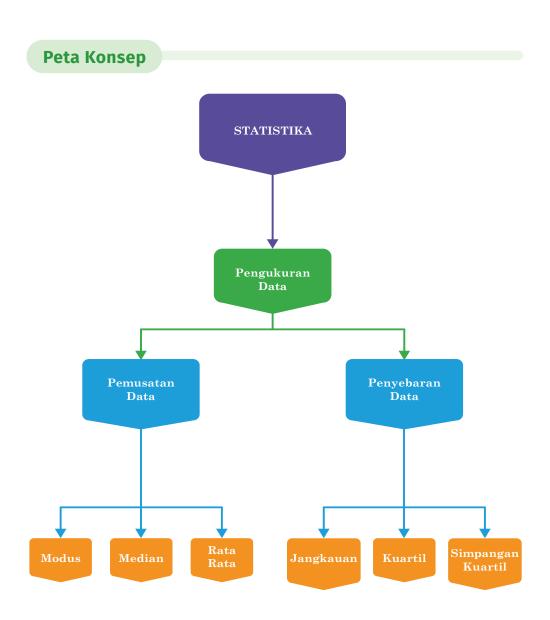
Pertanyaan Pemantik

- Bagaimana menentukan modus dari suatu data
- Bagaimana menentukan median dari suatu data
- Bagaimana menentukan rata-rata dari suatu data
- Bagaimana menentukan jangkauan dari suatu data
- Bagaimana menentukan kuartil dan simpangan kuartil dari suatu data

Kata Kunci

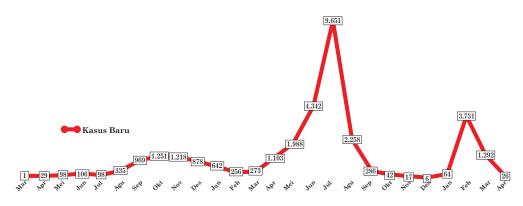
- Modus
- Median
- Rata-rata
- Jangkauan
- Kuartil

Peta Konsep

STATISTIKA
Pengukuran Data
Pemusatan Data
Penyebaran Data
Modus
Median
Rata Rata
Jangkauan
Kuartil
Simpangan Kuartil

A. Pemusatan Data

Ketika di kelas VII kalian pernah mempelajari tentang penyajian data dalam diagram garis, diagram batang, dan diagram lingkaran. Pada bab ini kalian akan mempelajari pengukuran data. Data yang disajikan dalam berbagai bentuk penyajian data, perlu dihitung dan diinterpretasikan terhadap ukuran tertentu, yaitu pemusatan dan penyebaran data. Dengan pemusatan data, kalian dapat melihat letak dari suatu data, bagaimana dan di mana data tersebut akan mengelompok jika data tersebut diletakkan pada satu garis bilangan. Pengukuran data meliputi Modus, Median, dan Rata-rata.

Penyajian data dalam bentuk diagram akan mempermudah dalam membaca data dari pada data disajikan dalam bentuk tabel. Selanjutnya kalian akan memahami modus, median, dan rata-rata dari suatu data dalam bentuk diagram.

TEMUAN KASUS POSITIF COVID—19 BULANAN

Gambar 6.2 Temuan kasus positif Covid-19 bulanan

Sumber https://covid19.go.id

1. Modus

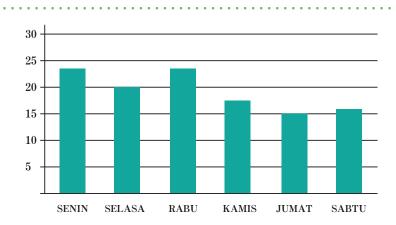
Untuk memahami modus dari suatu data, coba perhatikan data kasus Positif Covid-19 di salah satu Provinsi di Indonesia pada gambar 6.2. Dalam grafik tersebut dipaparkan data kasus Covid-19 di salah satu Provinsi di Indonesia mulai bulan Maret 2020 sampai April 2022. Dari tabel tersebut terlihat jelas bahwa data terendah pada bulan Maret 2020 dan data tertinggi pada bulan Juli 2021 sebesar 9.651 kasus.

Ayo Berkomunikasi

Agar kalian lebih memahami modus, coba diskusikan dengan teman kalian untuk melengkapi tabel berikut.

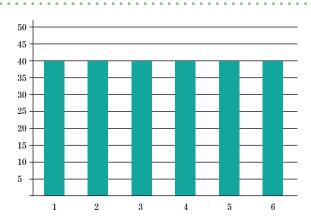
<table>
<tr><th>Data</th><th>Data yang paling sering muncul</th><th>Modus</th></tr>
<tr><td>Nilai ulangan matematika siswa kelas 8 adalah
74, 58, 69, 74, 86, 82, 90, 74, 86, 97, 90, 86</td><td>.....</td><td>.....</td></tr>
<tr><td>Tinggi badan siswa siswa kelas 8 adalah 159, 150, 161, 157, 159, 156, 150, 152, 149, 168, 147, 159</td><td>.....</td><td>.....</td></tr>
<tr><td>Data ukuran sepatu siswa kelas 8 ditunjukkan dalam tabel berikut.
<table>
<tr><th>Ukuran Sepatu</th><th>Frekuensi</th></tr>
<tr><td>36</td><td>2</td></tr>
<tr><td>37</td><td>4</td></tr>
<tr><td>38</td><td>8</td></tr>
<tr><td>39</td><td>12</td></tr>
<tr><td>40</td><td>8</td></tr>
<tr><td>41</td><td>5</td></tr>
<tr><td>42</td><td>1</td></tr>
</table></td><td>.....</td><td>.....</td></tr>
<tr><td>Nilai ulangan matematika siswa kelas 8 ditunjukkan dalam tabel berikut.
Nilai Matematika
8
6
4
2
0
56 60 65 70 75 80 85 90 95 100 100</td><td>.....</td><td>.....</td></tr>
</table>

Berdasarkan tabel tersebut dapat disimpulkan bahwa Modus dari suatu data adalah data yang sering muncul. Dengan demikian, kalian dapat menentukan modus pada gambar 6.3 yaitu data yang sering muncul pada bulan Juli 2021, yaitu sebesar 9.651 kasus, sehingga modus dari diagram tersebut adalah Juli 2021.

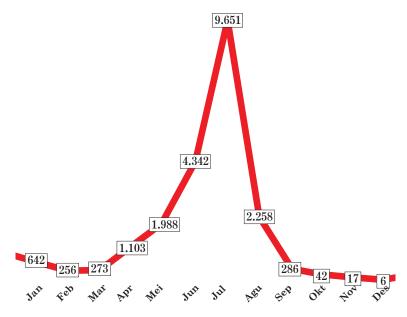
Setelah kalian dapat menentukan modus dari berbagai bentuk penyajian data, selanjutnya coba perhatikan diagram batang berikut ini. Diagram batang berikut yang menunjukkan data penjualan buku tulis di Koperasi sekolah dalam sepekan dan data yang sering muncul ada 2 yang sama. Coba temukan modus dari diagram batang berikut ini.

Dari data tersebut dapat diperoleh bahwa data yang sering muncul yaitu pada hari …………. dan ………. masing-masing sebanyak ……………

Dengan demikian, modus dari diagram batang tersebut adalah …………………..

Apa yang dapat kalian simpulkan?

Selanjutnya perhatikan diagram batang pada halaman berikut. Diagram berikut menunjukkan ukuran sepatu dari 6 siswa kelas 8 di sebuah SMP dan semua data menunjukkan ukuran yang sama.

Pada diagram batang tersebut terlihat bahwa semua ukuran sepatu 6 siswa memiliki ukuran yang sama yaitu ukuran 40. Tentukan modus dari data tersebut?

Apa yang dapat kalian simpulkan?

Untuk selanjutnya, kalian coba perhatikan kembali Gambar berikut ini.

Gambar 6.3 Kumulatif Kasus Covid19 tahun 2021

Dari Gambar 6.3 terlihat bahwa Kasus Covid-19 untuk tahun 2021 dapat ditulis dalam tabel pada halaman berikut.

Bulan	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Banyak kasus Covid-19	642	256	273	1.103	1.938	4.342	9.651	2.258	286	42	17	6

Modus dari data tersebut adalah bulan Juli 2021 sebesar 9.651. Apa yang akan terjadi jika bulan Juli tidak dimasukkan dalam perhitungan modus? Coba jelaskan jawaban kalian.

Ayo Berpikir Kritis

1. Berdasarkan beberapa diagram batang dan uraian tersebut, apa yang dapat kalian simpulkan dari pemusatan data dengan menggunakan modus?
2. Apakah kelebihan dan kekurangan Modus sebagai ukuran pemusatan data? Coba diskusikan dalam kelompok.

Karena Modus memiliki kelemahan dan kurang tepat dalam menetukan ukuran pemusatan data, maka sekarang kalian akan mempelajari median sebagai ukuran pemusatan data.

2. Median

Median dari kumpulan data merupakan suatu nilai data yang terletak di tengah-tengah kumpulan data yang telah diurutkan. Jadi, terdapat 50 % dari banyak data yang nilai-nilainya lebih tinggi atau sama dengan median dan 50 % dari banyak data yang nilai-nilainya kurang dari atau sama dengan median. Median dari kumpulan data yang jumlahnya ganjil dan data yang jumlahnya genap memiliki cara yang tidak sama.

Ayo Bereksplorasi

Untuk memahami Median coba lakukan kegiatan pada halaman berikut.

a. Menentukan Median dengan banyak data ganjil

Ukuran sepatu dari 11 siswa adalah sebagai berikut 41, 39, 38, 36, 40, 37, 38, 40, 42, 38, 39

Tentukan Median dari data tersebut.

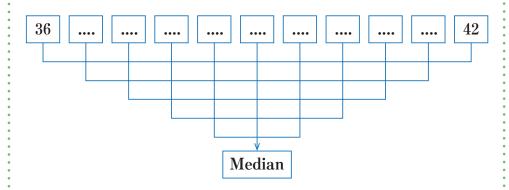
Untuk menentukan median lakukan beberapa langkah berikut.

Langkah ke-1

Urutkan data tersebut dari data terkecil sampai data terbesar, sehingga diperoleh data sebagai berikut

....

Langkah ke-2

Pasangkan data yang sudah terurut dari sisi terluar ke sisi dalam, sehingga menyisakan satu data tunggal

Langkah ke-3

Data bagian tengah yang tidak memiliki pasangan dinamakan dengan Median

Jadi, median dari data 41, 39, 38, 36, 40, 37, 38, 40, 42, 38, 39 adalah .....

b. Menentukan Median dengan banyak data genap

Nilai UTS dari dari 10 siswa adalah sebagai berikut 67, 89, 78, 96, 80, 77, 68, 90, 72, 88

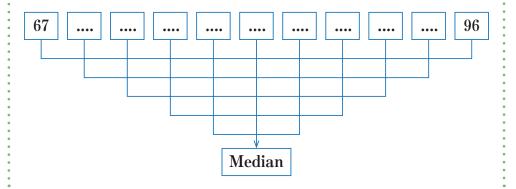
Tentukan Median dari data tersebut.

Untuk menentukan median lakukan beberapa langkah berikut.

Langkah ke-1

Urutkan data tersebut dari data terkecil ke besar, sehingga diperoleh data sebagai berikut ....

Langkah ke-2

Pasangkan data yang sudah terurut dari sisi terluar ke sisi dalam, sehingga menyisakan satu data tunggal

Langkah ke-3

Karena ada dua data pada bagian tengah, maka nilai median berada di tengah-tengah kedua data tersebut. Cara menentukan median adalah dengan membagi dua jumlah dari dua data pada bagian tengah, yaitu $\frac{\cdots + \cdots}{2} = \cdots$

Jadi median dari data 67, 68, 72, 77, 78, 80, 88, 89, 90, 96 adalah .....

Berdasarkan kedua contoh tersebut dapat disimpulkan bahwa

Median dari data ganjil diperoleh dengan menentukan data bagian tengah dari data yang sudah diurutkan.

Median dari data genap diperoleh dengan membagi dua jumlah dua data pada bagian tengah. Hal ini menunjukkan bahwa nilai median dari data tersebut berada diluar kumpulan data.

Ayo Berkomunikasi

Setelah kalian dapat menentukan median dari data, coba bagaimana menentukan median jika data seperti berikut ini.

Hasil Ulangan Harian Matematika siswa kelas 8 adalah sebagai berikut.

90	76	80	74	64	88	74	84	90	88
60	66	92	90	76	80	66	64	88	96
84	92	86	84	90	70	80	78	64	88

Coba diskusikan dengan teman kalian, bagaimana menentukan Median dari data tersebut.

Langkah pertama mengurutkan data dari kecil ke besar dan menuliskan banyak data yang nilainya sama dan dituliskan dalam kolom frekuensi seperti tabel berikut.

Data	Frekuensi
60	1
64	3
66	2
70	...
74	...
76	...
78	...
80	...

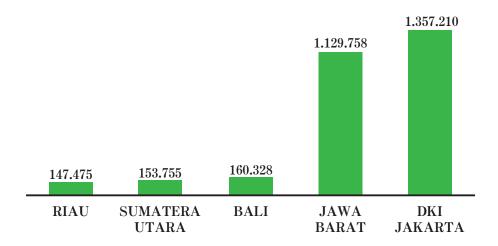
Data	Frekuensi
84	...
86	...
88	...
90	...
92	...
96	...

Setelah diketahui frekuensi dari setiap data, langkah berikutnya adalah menuliskan frekuensi komulatif. Frekuensi komulatif diperoleh dengan cara menjumlahkan berturut-turut frekuensi pada baris awal dengan frekuensi berikutnya. Frekuensi komulatif baris kedua berasal dari jumlah dari frekuensi baris pertama dengan baris kedua, frekuensi komulatif baris ketiga berasal dari penjumlahan frekuensi baris pertama sampai baris ketiga, demikian seterusnya, sehingga diperoleh tabel sebagai berikut.

Data	Frekuensi	Frekuensi Komulatif
60	1	1
64	3	4
66	2	6
70	...	...
74	...	...
76	...	...
78	...	...
80	...	...
84	...	...
86	...	...
88	...	...
90	...	...
92	...	...
96	...	...

Untuk menentukan median dari data tersebut dapat dilakukan dengan menetukan nilai data yang berada di tengah-tengah berdasarkan frekuensi komulatif, sehingga diperoleh bahwa median dari data tersebut adalah ...

c. Menentukan Median dari data yang acak yang heterogen

Coba perhatikan tabel berikut yang menunjukkan pasien sembuh covid-19 untuk 5 provinsi secara acak di Indonesia pada bulan Agustus 2022.

Berdasarkan dari diagram batang tersebut diperoleh bahwa mediannya adalah provinsi Bali sebesar 160.328. Data bagian atas dari median adalah Provinsi DKI Jakarta : 1.357.210 dan Provinsi Jawa Barat : 1.129.758. Jika dijumlahkan data bagian atas dari median sebesar 2.486.968 pasien yang sembuh dari Covid-19. Sementara data bagian bawah dari median yaitu Provinsi Sumatra Utara : 153.755 dan Provinsi Riau : 147.475. Jika dijumlahkan data bagian bawah dari median adalah 301.230 pasien yang sembuh dari Covid-19. Apa yang dapat disimpulkan dari menentukan median dari diagram batang tersebut? Coba diskusikan dengan temanmu?

Untuk selanjutnya, kalian akan mempelajari data pemusatan yang ketiga yaitu nilai rata-rata.

3. Rata-rata

Perhatikan kembali data berikut ini

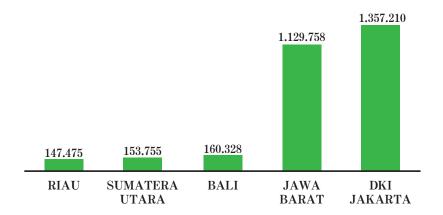



Diagram Batang tersebut menggambarkan pasien Covid-19 yang sembuh dari 5 Provinsi di Indonesia. Berapakah nilai rata-ratanya? Untuk menjawab pertanyaan tersebut coba lakukan langkah-langkah berikut ini.

Langkah pertama, data yang ada di diagram batang diubah dalam bentuk tabel, seperti berikut ini.

No	Provinsi	Jumlah Pasien Sembuh
1	Riau	147.475
2	Sumatra Utara	....
3	Bali	....
4	Jawa Barat	....
5	DKI Jakarta	....
	Jumlah	....
	Rata-rata	....

Langkah kedua, jumlahkan semua data tersebut, bagilah dengan banyak data, dalam hal ini karena ada 5 Provinsi, maka banyak ada ada 5. Hasil dari Pembagian tersebut menunjukkan nilai rata-rata dari Pasien yang sembuh Covid-19 untuk 5 Provinsi, yaitu sebesar ....

Nilai rata-rata dari data pada tabel tersebut menunjukkan bahwa memiliki nilai keseimbangan di antara data yang ada, rata-rata menunjukkan titik keseimbangan dari semua data. Dengan demikian, untuk menentukan pemusatan data yang paling baik adalah dengan menggunakan rata-rata. Agar kalian memiliki keterampilan dan pemahaman yang baik dalam mencari rata-rata dari suatu data, coba lengkapi tabel berikut ini.

Ayo Berkomunikasi

Untuk menentukan nilai rata-rata, coba diskusikan dengan teman kalian untuk melengkapi tabel berikut.

Data dalam kehidupan sehari-hari	Data	Banyak data	Cara menghitung rata-rata	Kesimpulan
Pak Burhan mempunyai dua putra yang berumur 8 tahun dan 4 tahun. Berapa rata-rata umur kedua putra Pak Burhan?	4 dan 8	2	$\frac{4+8}{2}=\frac{12}{2}=6$	Rata-rata umur putra Pak Burhan adalah 6 tahun
Ukuran sepatu 4 siswa adalah 39, 41, 41, dan 43, Berapa rata-rata ukuran sepatu keempat siswa tersebut?	......	......	....	....

<table>
<tr><th>Data dalam kehidupan sehari-hari</th><th>Data</th><th>Banyak data</th><th>Cara menghitung rata-rata</th><th>Kesimpulan</th></tr>
<tr><td>Penjualan sepeda motor dari dealer adalah
Senin : 12, Selasa : 15, Rabu : 9 Kamis : 18, Jumat : 16, Sabtu : 20
Berapa rata-rata sepeda motor yang terjual dalam sepekan?</td><td>......</td><td>......</td><td>................</td><td>................</td></tr>
<tr><td>Pasien Covid-19 yang sembuh setelah di rawat di rumah sakit selama 10 hari terakhir adalah: 12 orang, 15 orang, 10 orang, 17 orang, 14 orang, 19 orang, 17 orang, 24 orang, 20 orang, dan 25 orang. Tentukan rata-ratanya?</td><td>......</td><td>......</td><td>................</td><td>................</td></tr>
<tr><td>Hasil Ulangan Harian Matematika siswa kelas 8 adalah sebagai berikut
<table>
<tr><th>Nilai ulangan matematika</th><th>Frekuensi</th></tr>
<tr><td>60</td><td>2</td></tr>
<tr><td>65</td><td>3</td></tr>
<tr><td>70</td><td>4</td></tr>
<tr><td>75</td><td>8</td></tr>
<tr><td>80</td><td>10</td></tr>
<tr><td>85</td><td>6</td></tr>
<tr><td>90</td><td>4</td></tr>
<tr><td>95</td><td>2</td></tr>
<tr><td>100</td><td>1</td></tr>
</table></td><td>......</td><td>......</td><td>................</td><td>................</td></tr>
</table>

Berdasarkan tabel tersebut dapat disimpulkan bahwa untuk mencari nilai rata-rata dari suatu data dengan menjumlahkan nilai semua data dan membagi dengan banyak data, atau dapat ditulis dengan

$$\textbf{Rata-rata} = \frac{jumlah\ data}{banyak\ data} \text{ atau } \textbf{Mean } (\bar{x}) = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n}$$

Kalian sudah bisa mencari rata-rata dari suatu data, selanjutnya bagaimanakah menentukan rata-rata dari suatu data yang cukup banyak? Untuk menjawab pertanyaan tersebut, kalian dapat melakukan langkah-langkah berikut.

Hasil Ulangan Harian Matematika siswa kelas 8 adalah sebagai berikut

95	75	85	80	90	80	90	80	90	85
85	80	90	100	95	90	85	85	90	80
90	85	75	85	85	90	90	90	95	95

Bagaimana cara yang lebih efektif untuk menentukan rata-rata data tersebut? Kalau kalian menjumlahkan semua data yang ada dan membagi dengan banyak data? Tentu cara ini kurang efektif dan cukup lama.

Untuk menentukan rata-rata dari data tersebut akan lebih mudah dan efektif jika dikelompokkan berdasarkan nilai yang sama dan dihitung banyak data yang sama seperti pada tabel berikut. Jika data 75 ada 2 maka pada kolom turus ditulis 2, tentukan berapa banyak data yang sama untuk yang lainnya.

Nilai	Turus	Jumlah
75	II	...
80	...	...
85	...	...

Nilai	Turus	Jumlah
90	...	...
95	...	...
100	...	...

Untuk selanjutnya banyaknya data yang sama dinamakan frekuensi.

Nilai	Frekuensi
75	...
80	...
85	...
90	...
95	...
100	...

Untuk menentukan nilai rata-rata data yang ada frekuensinya dengan cara mengalikan data dengan frekuensinya.

Data	frekuensi	Data × Frekuensi
75	...	...
80	...	...
85	...	...
90	...	...
95	...	...
100	...	...
Jumlah	30	...

Rata-rata $= \frac{\cdots\cdots}{30} = \cdots\cdots$

Jadi, rata-rata nilai Ulangan Harian Matematika siswa kelas 8 adalah ....

Berdasarkan dari contoh tersebut dapat disimpulkan bahwa untuk menentukan rata-rata dari suatu data yang cukup banyak dapat digunakan dengan cara menjumlahkan hasil kali antara data dengan frekuensinya setelah itu dibagi dengan banyak data yang ada. Dalam bentuk umum dapat ditulis

$$\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \cdots + f_i x_i}{f_1 + f_2 + \cdots + f_1}$$

Ayo Berpikir Kreatif

1. Apakah mungkin kumpulan data memiliki nilai modus dan median yang sama? Jelaskan jawabanmu.
2. Apakah mungkin kumpulan data memiliki nilai rata-rata, modus dan median yang sama? Coba jelaaskan jawaban kalian.

Ayo Mencoba

1. Tentukan Modus, Median, dan Rata-rata data berikut
   a. 9, 4, 6, 7, 5, 4, 9, 8, 8, 3
   b. 56, 78, 90, 66, 78, 86, 66, 84, 90
2. Berdasarkan hasil survei sebuah toko sepatu dalam satu bulan, nomor sepatu yang terjual dalam sebulan adalah sebagai berikut.

43	36	38	39	40	37	35	41	42	34
40	42	35	39	43	36	38	39	40	37
38	39	43	36	38	39	40	37	39	41
39	40	37	35	41	40	38	42	35	42

   Tentukan modus, median, dan rata-rata dari data tersebut.

3. Hasil Ulangan Harian IPA siswa kelas 8A dan 8B ditunjukkan dengan tabel berikut.

kelas 8A	
Nilai	Frekuensi
60	1
65	2
70	5
75	6
80	7
85	4
90	2
95	2
100	1

kelas 8B	
Nilai	Frekuensi
60	2
65	1
70	4
75	5
80	6
85	4
90	4
95	2
100	2

   a. Budi mengatakan bahwa rata-rata siswa kelas A lebih tinggi dari kelas B. Apakah pendapat Budi tersebut benar? Jelaskan jawaban kalian.
   b. Ani mengatakan bahwa Median kelas A sama dengan median kelas B. Apakah pendapat Ani tersebut benar? Jelaskan jawaban kalian.
   c. Johan berpendapat bahwa Modus kelas A berbeda dengan modus kelas B. Apakah pendapat Johan tersebut benar? Jelaskan jawaban kalian.

Jika kalian ingin belajar lebih banyak tentang ukuran pemusatan data, kalian bisa melihat video di youtube di Kemendikbud//rumahbelajar.id/ukuran pemusatan data.

Soal Latihan 6.1

1. Tentukan rata-rata dari data berikut ini.
   a. 6, 7, 7, 8, 9, 9, 10
   b. 7, 9, 8, 5, 6, 7, 9, 6, 9, 7, 8, 5, 8
   c. 76, 80, 56, 69, 80, 84, 67, 85, 74, 93
   d. 3,4; 5,8; 7,8; 9,3; 5,8; 8,1; 6,9; 4,6

2. Tentukan rata-rata dari data berikut ini.

a.

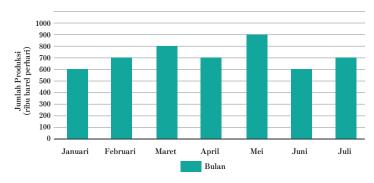
Data	4	5	6	7	8	9
frekuensi	3	6	4	5	2	1

b.

Data	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
frekuensi	3	6	9	12	16	12	10	8	5	1

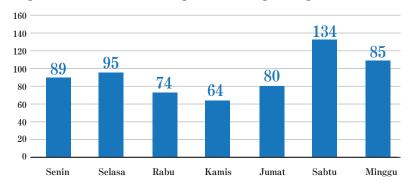
3. Terdapat 35 siswa kelas 8 yang mengikuti Ulangan Harian Matematika dengan data sebagai berikut: siswa yang memperoleh nilai 5 ada 5 orang, nilai 6 ada 8 orang, nilai 7 ada 10 orang, nilai 8 ada 8 orang, nilai 9 ada 3 orang, dan nilai 10 ada 1 orang.

   Tentukan nilai rata-ratanya.

4. Berdasarkan diagram batang berikut tentukan rata-rata produksi minyak bumi Indonesia selama 7 bulan?

5. Rata-rata berat badan 9 anak adalah 56 *kg*, jika berat badan Domi dimasukkan dalam hitungan tersebut, rata-ratanya menjadi 56,7. Tentukan berat badan Doni.

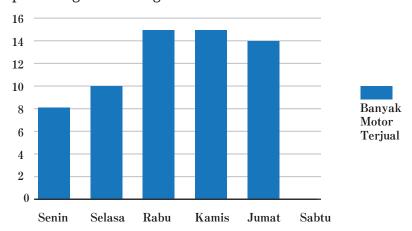
6. Rata-rata tinggi 12 anak adalah 166 *cm*. Setelah ditambah 6 anak, rata-rata tingginya menjadi 167 *cm*. Berapa rata-rata tinggi 6 anak?

7. Rata-rata Ulangan Matematika adalah 78 dan nilai yang paling banyak muncul adalah 69, tentukan median dari ulangan Matematika tersebut.

8. Banyak Roti yang terjual di Toko Roti Maghfiroh dalam sepekan digambarkan dalam diagram batang sebagai berikut.

a. Coba temukan hari apa yang sangat mempengaruhi nilai rata-rata dari data tersebut? Jelaskan alasan kalian.

b. Menurut kalian, pada hari apa yang dapat menggambarkan nilai rata-rata data tersebut? Jelaskan alasan kalian.

c. Jika hari Minggu libur, apa yang terjadi terhadap nilai rata-rata? Jelaskan jawabanmu?

9. Penjualan motor di Dealer Amanah selama lima hari, ditunjukkan pada diagram batang berikut.

a. Tentukan minimal penjualan motor yang pada hari Sabtu agar rata-rata penjualan dalam seminggu adalah 12 motor.

b. Tentukan motor yang terjual pada hari Sabtu agar rata-rata penjualan motor dalam seminggu adalah 13 motor.

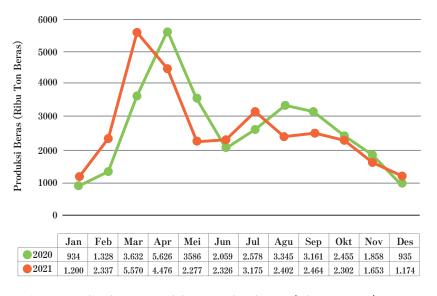
10. Sepuluh orang pegawai memiliki penghasilan perbulan. Lima orang berpenghasilan Rp2.000.000,00, tiga orang berpenghasilan Rp1.500.000,00 satu orang yang berpenghasilan Rp2.500.000,00 dan satu orang lagi belum diketahui penghasilannya. Jika rata-rata penghasilan dari 10 orang tersebut adalah Rp2.000.000,00,
    a. Apakah penghasilan satu orang tersebut kurang atau lebih dari dari Rp2.000.000,00? Jelaskan jawaban kalian.
    b. Berapa penghasilan satu orang yang belum diketahui?

B. Penyebaran Data

Setelah kalian mempelajari ukuran pemusatan data, berikutnya kalian akan mempelajari ukuran penyebaran data. Penyebaran data merupakan nilai yang menyatakan seberapa jauh data dari pusat data. Penyebaran data terdiri dari jangkauan, kuartil, dan simpangan kuartil. Untuk lebih jelasnya, coba kalian pelajari satu-persatu.

1. Jangkauan

Perhatikan Diagram garis produksi Beras Indonesia berikut

	Jan	Feb	Mar	Apr	Mei	Jun	Jul	Agu	Sep	Okt	Nov	Des
2020	934	1.328	3.632	5.626	3586	2.059	2.578	3.345	3.161	2.455	1.858	935
2021	1.200	2.337	5.570	4.476	2.277	2.326	3.175	2.402	2.464	2.302	1.653	1.174

Gambar 6.4 Perkembangan Produksi Beras di Indonesia (Ribu Ton Beras) 2020-2021

Sumber : https://www.bps.go.id/

Gambar diagram garis tersebut menggambarkan perkembangan produksi beras di Indonesia dalam satuan Ribuan Ton untuk tahun 2020 (garis hijau) dan tahun 2021 (garis merah). Dalam diagram garis tersebut terlihat bahwa produksi beras Indonesia mengalami kenaikan dan penurunan pada bulan-bulan tertentu. Selisih produksi beras tertinggi dan terendah dalam setahun dapat ditentukan dengan cara mengurangi data tertinggi dengan data terendah. Agar dapat dihitung selisihnya, coba lengkapi tabel berikut

Tahun	Tertinggi (ton)	Terendah (ton)	Selesih (ton)
2020	....	....	....
2021	....	....	....

Untuk selanjutnya selisih dari data tertinggi dengan data terendah dinamakan dengan Jangkauan. Jadi, jangkauan dapat diartikan dengan mengurangi data tertinggi dengan data terendah.

Jangkauan data tahun 2020 adalah .... – .... = ...

Jangkauan data tahun 2021 adalah .... – .... = ...

Berdasarkan diagram tersebut, maka dapat disimpulkan bahwa Jangkauan adalah selisih antara nilai data terbesar dengan nilai data terkecil. Jangkauan diperoleh dengan mengurangi data terbesar dengan data terkecil.

1. Tinggi badan siswa kelas 8 adalah sebagai berikut.

Anton	Joko	Made	Nadiva	Cut Mutia	Dewa	Robert	Andika
156 cm	162 cm	158 cm	154 cm	160 cm	168 cm	167 cm	166 cm

   a. Tentukan Jangkaun dari data tersebut?
   b. Jika Nadiva tidak ikut dalam perhitungan, tentukan jangkauan data yang terbaru?
   c. Enam bulan lagi semua siswa tinggi badannya naik 2 cm, kecuali Robert naik 4 cm, tentukan jangkauan dari data terbaru?

2. Perhatikan diagram batang berikut ini

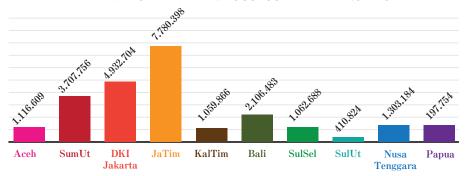



Diagram batang berikut menunjukkan data vaksinasi dosis ke-2 di 10 Provinsi

a. Tentukan Jangkaun dari data tersebut?
b. Jika Provinsi Jawa Timur tidak ikut dalam perhitungan, tentukan jangkauan data yang terbaru?
c. Jika tiga bulan lagi semua provinsi naik 10%, kecuali Papua naik 40%, tentukan jangkauan dari data terbaru?

2. Kuartil

Ukuran penyebaran data yang kedua adalah kuartil. Jika median adalah membagi data yang diurutkan menjadi dua kelompok yang sama banyak, maka kuartil adalah membagi data yang diurutkan menjadi empat yang sama banyak, sehingga masing-masing kelompok terdiri atas ¼ bagian data. Ada tiga jenis kuartil, yaitu kuartil pertama/kuartil bawah (Q_1), kuartil kedua/kuartil tengah atau median(Q_2), dan kuartil ketiga/kuartil atas (Q_3).

Untuk lebih jelasnya, coba kalian perhatikan contoh berikut

Contoh 6.1

Diketahui hasil ulangan Matematika 10 siswa kelas 8 adalah sebagai berikut.

82 68 76 80 72 94 78 86 90 66

Tentukan kuartil pertama, kuartil kedua, dan kuartil ketiga.

Alternatif penyelesaian

Langkah pertama, urutkan data dari terkecil ke terbesar, sehingga diperoleh

66	68	72	76	78	80	82	86	90	94

Setelah data sudah terurut, tentukan Kuartil kedua dulu, sekaligus sebagai median

66	68	72	76	78	80	82	86	90	94

Q_2/Median

Kuartil kedua adalah berada diantara 78 dan 80,

sehingga $Q_2 = \frac{78 + 80}{2} = 79$

Setelah Kuartil kedua ditentukan, maka kuartil pertama dan ketiga dapat ditentukan juga

66	68	72	76	78	80	82	86	90	94

Q_1 Q_2/Median Q_3

Data dibagi menjadi empat kelompok yang sama banyak, kelompok pertama adalah 66 dan 68, kelompok kedua adalah 76 dan 78, kelompok ketiga adalah 80 dan 82, serta kelompok keempat adalah 90 dan 94. Dengan demikian, kuartil pertama adalah 72, kuartil kedua adalah 79, dan kuartil ketiga adalah 86.

Selanjutnya untuk meningkatkan pemahaman dan keterampilan dalam menentukan kuartil, siswa diminta untuk menentukan kuartil dari data berikut.

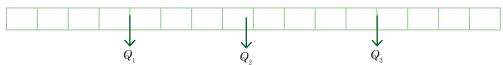
60	90	76	76	80	64	66	80
64	90	76	80	90	66	76	92

Alternatif Jawaban

Langkah pertama adalah data diurutkan dari terkecil ke data terbesar

Tentukan Q_2 terlebih dahulu

Q_2

Setelah bagilah bagian sebelah kiri dan sebelah kanan dari Q_2 menjadi dua bagian ynag sama. Maka titik tengah dari masing-masing bagian itu adalah letak dari Q_1 dan Q_3

Dalam gambar tersebut jelas terlihat bahwa data dibagi menjadi empat bagian yang sama, dan batas-batas dari masing-masing bagian itu adalah Q_1, Q_2 dan Q_3.

Berdasarkan gambar tersebut dapat ditentukan bahwa

Q_1 adalah …………….

Q_2 adalah …………….

Q_3 adalah …………….

3. Jangkauan Kuartil dan Simpangan Kuartil

Jenis ukuran penyebaran data yang terakhir adalah Jangkauan Kuartil. Jika kalian perhatikan nilai dari Q_3 lebih besar daripada nilai Q_1 dan nilai Q_2. Kalau jangkauan data diperoleh dari selisih data terbesar dengan data terkecil, maka Jangkauan Kuartil dapat diperoleh dari selisih Kuartil terbesar dengan kuartil terkecil. Dalam hal ini Kuartil dengan nilai terbesar adalah Q_3 dan Kuartil dengan nilai terkecil adalah Q_1. Sehingga, Jangkauan Kuartil = $Q_3 - Q_1$. Pada data Ayo Mencoba tersebut, diperoleh Q_1 = …… dan Q_3 = ………. Jangkauan Kuartilnya adalah $Q_3 - Q_1$ = ……………………..

Simpangan Kuartil dapat dilakukan dengan membagi dua jangkauan Kuartil yang sudah ditentukan, yaitu $\frac{1}{2}$ $(Q_3 - Q_1)$. Pada data tersebut diperoleh simpangan kuartil adalah

$\frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)$ = ...

Jika kalian ingin belajar lebih banyak tentang ukuran pemusatan data, kalian bisa melihat video di youtube di Kemendikbud//rumahbelajar.id/ukuran penyebaran data

Soal Latihan 6.2

1. Tentukan kuartil bawah, kuartil atas, jangkauan dan simpangan antar kuartil dari data berikut.
   a. 3, 6, 4, 4, 8, 7, 8, 9, 4, 5, 6, 6
   b. 50, 60, 85, 70, 65, 50, 80, 85, 90, 65, 65, 75, 80 65

2. Ukuran sepatu siswa kelas 8 ditunjukkan dengan tabel berikut.

Ukuran	Frekuensi
35	1
36	2
37	4
38	6
39	7
40	5
41	3
42	2

   Tentukan
   a. Kuartil bawah dan kuartil atas
   b. Jangkaun kuartil
   c. Simpangan antar kuartil

3. Tekanan darah seorang pasien di rumah sakit dicatat seperti berikut.

   175 150 176 135 174 170 185 165 165 124 182 165 124 120 126 180

   Tentukanlah kuartil, jangkauan antarkuartil, dan simpangan kuartil dari data tersebut.

4. Seorang ibu mencatat perkembangan berat badan anaknya setiap bulan selama dua tahun (dinyatakan dalam kilogram) sebagai berikut.

2,9	5,6	8,2	9,2
3,1	5,9	8,5	9,2
3,5	6,6	8,6	9,4
4,0	7,1	8,6	9,4
4,8	7,5	8,8	9,8
5,1	7,8	8,9	9,9

   a. Tentukan kuartil bawah dan kuartil atas
   b. Jangkauan kuartil dan Simpangan antar kuartil.

Refleksi

Setelah memahami Bab ini apakah kalian dapat

- Menentukan nilai rata-rata dari kumpulan data
- Menentukan nilai median dan modus dari suatu data
- Menentukan kuartil, jangkauan kuartil, dan simpangan kuartil dari suatu data

Uji Kompetensi Bab 6

1. Nilai rata-rata dari 24 siswa kelas 8A adalah 78, nilai rata-rata dari 20 siswa kelas 8B adalah 82, dan nilai rata-rata dari 22 siswa kelas 8C adalah 75. Tentukan nilai rata-rata dari semua siswa kelas 8.
2. Diketahui data $7, 8, 4, 9, 5, 6, a, 7, 10, b$
   a. Jika rata-ratanya 6,9 tentukan $a + b$
   b. Jika modusnya 7 tentukan nilai $a + b$
   c. Tentukan Q_1, Q_2 dan Q_3
3. Nilai rata-rata Ulangan Harian Matematika dari 24 siswa kelas 8A adalah 76. Jika ada seorang siswa yang mendapat nilai 87 tidak dimasukkan dalam perhitungan rata-rata, tentukan nilai rata-rata yang baru dari siswa kelas 8A?

4. Berikut adalah data nilai ulangan matematika 10 orang anak

   62, 74, 95, 60, 56, 70, 72, 65, 60, 58

   a. Tentukan nilai yang dapat mempengaruhi nilai rata-rata. Berikan alasanmu!
   b. Nilai manakah yang lebih baik untuk menyatakan nilai rata-rata ulangan siswa?

5. Perhatikan dua data berikut ini!

   Data A : 5, 7, 7, 8, 8, 8, 9, 9, 10, 11, 12, 13

   Data B : 6, 7, 7, 7, 8, 8, 9, 9, 10, 10, 12, 18

   a. Jelaskan, mengapa rata-rata data B lebih besar daripada data A!
   b. Jelaskan, mengapa median dari data A sama dengan median dari data B?
   c. Jelaskan mengapa modus dari data A dan B berbeda?

6. Penjualan Motor di salah satu dealer ditunjukkan dengan diagram garis berikut. Tentukan

   a. Rata-rata
   b. Median
   c. Modus
   d. Kuartil pertama dan Kuartil ketiga

7. Nilai rata-rata 24 siswa adalah 78. Jika nilai ujian 12 siswa yang pertama, masing-masing ditambah 2, 4, 6, 8,... sedangkan nilai ujian 12 siswa berikutnya masing-masing dikurangi 10. Tentukan nilai rata-rata ujian semua siswa tersebut.

8. Perhatikan diagram garis berikut ini.

	Jan	Feb	Mar	Apr	Mei	Jun	Jul	Agu	Sep	Okt	Nov	Des
2020	653	403	452	632	846	806	821	1.023	1.624	1.786	1.308	879
2021	494	523	673	1.055	1.208	1.035	1.138	1.452	1.685	1.852	1.305	825

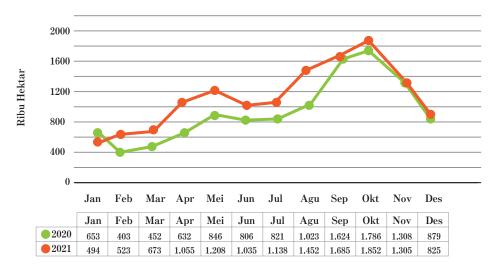
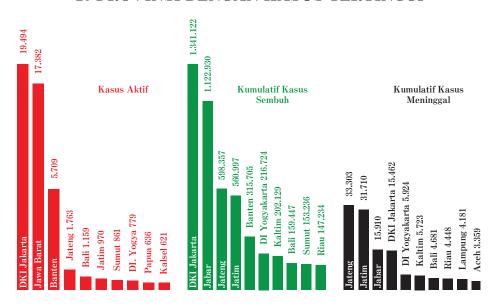



Diagram garis menunjukkan perbandingan luas lahan pertanian tahun 2020 dengan tahun 2021. Tentukan

a. Perbandingan rata-rata tahun 2020 dengan 2021
b. Perbandingan median tahun 2020 dengan 2021
c. Perbandingan modus tahun 2020 dengan 2021
d. Perbandingan kuartil bawah dan kuartil atas tahun 2020 dengan 2021

Pengayaan

1. Kasus Covid-19 pertama kali dikonfirmasi di Indonesia pada tanggal 2 Maret 2020, dan terus menyebar hampir ke seluruh Provinsi di Indonesia. Sampai tanggal 20 Agustus 2022, kasus Aktif, komulatif kasus sembuh, dan Kumulatif kasus meninggal tertinggi di 10 provinsi ditunjukkan diagram di halaman berikut.

a. Tentukan rata-rata dari kasus aktif, rata-rata komulatif kasus sembuh dan rata-rata kasus meninggal dari 10 provinsi tersebut?

b. Apakah kasus aktif, komulatif kasus sembuh dan komulatif kasus meninggal setiap provinsi menunjukkan urutan yang sama?

c. Provinsi manakah yang menunjukkan mendekati median untuk kasus aktif Covid-19? Mengapa Coba jelaskan.

d. Provinsi manakah yang sangat mempengaruhi dalam menentukan nilai rata-rata dari Komulatif kasus meninggal? Jelaskan.

2. Rata-rata 15 data adalah 19. Rata-rata 10 data pertama adalah 18 dan rata-rata 3 data selanjutnya adalah 25. Jika ke-14 nilainya sama dengan dua kali data ke-15, tentukan nilai data ke-15?

3. Diketahui kelompok bilangan 2, 3, 7,7, 8, 8, 8, 9, 11. Berdasarkan data tersebut 4 siswa punya pendapat yang berbeda, yaitu
   a. Siti berpendapat bahawa Modus lebih dari Rata-rata
   b. Astuti berpendapat bahwa Median kurang dari Rata-rata
   c. Nabila berpendapat bahwa Modus sama dengan rata-rata
   d. Nadiva berpendapat bahwa Modus sama dengan median

   Diantara 4 pendapat tersebut, manakah yang benar menurut kalian? Jelaskan.

4. Hasil Ujian siswa menunjukkan bahwa 40% siswa mendapat nilai 65, 20% siswa memperoleh nilai 75, dan 30% siswa memperoleh nilai 85, sedangkan sisanya memperoleh nilai 95. Berdasarkan data tersebut, beberapa siswa membuat kesimpulan, antar lain
   a. Anton berpendapat bahwa Median $<$ Rata-rata $<$ Modus, setujukah kalian dengan pendapat Anton? Jelaskan jawaban kalian .
   b. Budi berpendapat bahwa Modus $<$ Median $<$ Rata-rata, setujukah kalian dengan pendapat Budi? Jelaskan jawaban kalian.
   c. Chica berpendapat bahwa Rata-rata $<$ Median $<$ Modus, setujukah kalian dengan pendapat Chica? Jelaskan jawaban kalian.
   d. Dodi berpendapat bahwa Modus $<$ Rata-rata $<$ Median, setujukah kalian dengan pendapat Dodi? Jelaskan jawaban kalian.

Index

Glosarium

A

Aljabar : Perumusan aritmatika atau sistem logika yang dinyatakan dalam bentuk notasi atau simbol.

Anggota himpunan : suatu objek dalam suatu himpunan.

Akar kuadrat : suatu bilangan yang jika dikalikan dengan bilangan itu sendiri akan menghasilkan bilangan dalam tanda akar.

B

Bentuk aljabar : bentuk penulisan yang merupakan kombinasi antara koefisien, variabel dan konstanta.

Bidang Cartesius : bidang yang dibentuk oleh sebuah sumbu horizontal (x) dan sebuag sumbu vertikal (y).

Bilangan Kuadrat : bilangan yang dihasilkan dari perkalian dua bilangan yang sama.

Bilangan Bentuk Baku : Notasi ilmiah yang digunakan untuk menuliskan bilangan yang sangat besar atau sangat kecil agar lebih sederhana.

D

Data : ukuran dari suatu nilai. Data biasanya dalam bentuk bilangan, dikumpulkan dalam bentuk tabel, diolah dalam bentuk diagram.

Data berkelompok : data yang sudah dikelompokkan dalam kelas-kelas.

Data tunggal : data mentah yang belum diolah atau dikelompokkan.

Diagram : gambar yang menunjukkan data tertentu untuk membantu menjelaskan bentuk aljabar.

Diagram Venn : suatu representasi grafis dari suatu himpunan atau himpunan-himpunan.

Diagram batang : gambar yang menggunakan batang secara horizontal atau vertikal untuk menunjukkan suatu data.

F

Fungsi : relasi khusus yang memasangkan setiap anggota suatu himpunan dengan tepat satu anggota pada himpunan lain.

Fungsi linear : sebuah fungsi yang mana variabelnya berpangkat satu atau suatu fungsi yang grafiknya adalah garis lurus.

Fungsi kuadrat : sebuah fungsi polinom yang memiliki peubah/ variabel dengan pangkat tertingginya adalah 2 (dua).

G

Grafik : suatu kerangka atau gambar yang digunakan untuk membuat objek visualisasi dari data-data pada tabel.

H

Himpunan : unit yang terdiri beberapa anggota.

Himpunan berhingga : suatu himpunan dengan n elemen di mana n adalah suatu bilangan bulat tak negatif Himpunan tak berhingga suatu himpunan yang anggotanya tak berhingga.

Himpunan penyelesaian : himpunan yang berisi nilai-nilai variabel. yang memnuhi semua persamaan atau pertidaksamaan yang diberikan.

Himpunan semesta : himpunan yang memuat semua objek di bawah pertimbangan.

Hipotenusa : sisi suatu segitiga siku-siku dihadapan sisi siku-sikunya (sisi miring).

J

Jangkauan	:	Nilai yang diperoleh dari pengurangan data terbesar dengan data terkecil dari sekumpulan data.

K

Koefisien	:	bilangan yang berada di depan variabel.
Konstanta	:	bilangan tetap.
Korespondensi satu-satu	:	relasi khusus yang memasangkan setiap anggota suatu himpunan dengan tepat satu anggota himpunan yang lain juga sebaliknya.
Kuartil	:	Nilai yang membagi sekumpulan data yang terurut menjadi empat bagian yang sama.

L

Linier	:	posisi yang terletak pada suatu garis lurus.

M

Modus	:	Data yang sering muncul dari sekumpulan data.
Median	:	Nilai tengah dari sekumpulan data yang diurutkan.
Merasionalkan penyebut	:	membuat penyebut menjadi bilangan rasional.

N

Notasi	:	lambang/simbol.

P

Pengkuadratan	:	proses perkalian dua bilangan yang sama.
Persamaan	:	dua ekspresi aljabar yang dihubungkan dengan sama dengan.
Persamaan linier	:	persamaan disebut persamaan linear apabila grafik semua penyelesaiannya terletak pada sebuah garis. Contoh: $y = x + 3$ adalah linear karena grafik semua penyelesaian terletak pada satu garis.

Pertidaksamaan	:	kalimat matematika yang mengandung tanda ketaksamaan, yaitu: < (kurang dari), > (lebih dari), ≤ (kurang dari sama dengan), dan ≥ (lebih dari sama dengan), $\neq$ (tidak sama dengan).
Pertidaksamaan linier	:	suatu pertidaksamaan yang daerah himpunan penyelesaiannya dibatasi oleh suatu garis lurus.
Pythagoras	:	pernyataan mengenai hubungan antara sisi-sisi sebuah segitiga siku-siku.

R

Relasi	:	aturan yang memasangkan anggota-anggota dalam suatu himpunan kepada himpunan lain.
Rata-rata	:	bilangan yang mewakili ukuran pemusatan dari sekumpulan data.

S

Segitiga siku-siku	:	bangun segitiga yang salah satu besar sudutnya adalah 90°.
Segitiga lancip	:	segitiga yang semua sudutnya memiliki besar sudut kurang dari 90°.
Segitiga tumpul	:	segitiga yang salah satu sudutnya lebih besar dari 90°.
Statistik	:	hasil analisis atau pengolahan data.
Statistika	:	1. cabang dari matematika terapan yang mempunyai cara-cara mengumpulkan dan menyusun data, mengolah dan menganalisis data serta menyajikan data dalam bentuk kurva atau diagram, menarik kesimpulan, menafsirkan parameter dan menguji hipotesis yang didasarkan pada hasil pengolahan data. 2. ukuran atau karakteristik yang didapatkan menggunakan data dari sampel.
Simpangan Kuartil	:	Nilai yang diperoleh dari setengah jangkauan.

T

Teorema	:	kesimpulan umum yang dikemukakan untuk dibuktikan berdasarkan hipotesis tertentu yang diberikan.
Teorema Pythagoras	:	hubungan dalam segitiga siku-siku yang menyatakan bahwa kuadrat panjang sisi miring suatu segitiga siku-siku sama dengan jumlah kuadrat sisi-sisi lain pada segitiga tersebut, secara matematis dituliskan $c^2 = a^2 + b^2$.

V

Variabel	:	huruf atau simbol lain yang digunakan untuk mewakili bilangan atau nilai yang tidak ditentukan.

Daftar Pustaka

Agus, N. A. 2008. *Mudah Belajar Matematika untuk kelas VIII SMP/MTs.* Jakarta: Pusat Perbukuan Departemen Pendidikan Nasional

As'ari, A. R., Tohir, M., Valentino, E., Imron, Z., Taufiq, I., Hariarti, N. S., & Lukmana, D. A. 2017. *Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 2. Edisi Revisi.* Jakarta: Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemendikbud.

As'ari, A. R., Tohir, M., Valentino, E., Imron, Z., & Taufiq, I. 2017. *Buku Guru Matematika Revisi).* Jakarta: Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemendikbud.

Black, K., Ryan, A., Haese, M., Robert, H., Sandra, H., & Humphries, M. 2009. *IGCSE Cambridge International Mathematics.* Australia: Haese & Harris Publications

Byrd, G., Lynn, B., & Pearce, C. 2013. *Cambridge Checkpoint Mathematics Coursebook.* United Kongdom: Cambridge University Press

Christian R. Hirsch, James T. Fey, Eric W. Hart Harold L. Schoen, Ann E. Watkins. 2008. *Core-Plus Mathematics 2.* (pp. 74 – 144)

Dris, J., & Tasari. 2011. *Matematika untuk SMP dan MTs Kelas VIII.* Jakarta: Pusat Kurikulum dan Perbukuan Kementerian Pendidikan Nasional

Fernandes, A., Koehler, J., & Reiter, H. 2011. Mathematics teachers circle around problem solving. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 17(2), 108-115.

Jeffery, R. 2019. *Chapter x. Rolle's theorem, mean value theorem, parametric equations, arc length, surface of revolution, curvature, second order differential equations, l'hospital's rule*. In Calculus (Third Edition) (pp. 157-188). University of Toronto Press.

Kurniadi, E., Darmawijoyo, D., Scristia, S., & Astuti, P. (2019). Kompetensi mahasiswa dalam mata kuliah pemodelan matematika berbasis pengembangan soal. *Jurnal Elemen, 5*(1), 54-63.

Morrison, K., & Hamshaw, N. 2015. *Mathematics Core and Extended Coursebook* (second edition). United Kingdom: Cambridge University Press.

Musser, G.L., Peterson, B.E., & Burger, W.F. 2013. *Mathematics for Elementary Teachers: A Contemporary Approach*. John Wiley & Sons.

Schoen, H. L., & Hirsch, C. R. 2020. The Core-Plus mathematics project: Perspectives and student achievement. *In Standards-Based School Mathematics Curricula (pp. 311-344)*. UK: Routledge.

Sparks, J. C. 2008. *The Pythagorean Theorem: Crown jewel of Mathematics*. Bloomington, Indiana: AuthorHouse

Subchan.Winarni, Muhammad Syifa'ul Mufid, Kistosil Fahim, dan Wawan Hafid Syaifudin. 2018 *Matematika SMP/MTs Kelas IX. Edisi Revisi*. Jakarta: Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemendikbud.

Thurm, D., & Barzel, B. (2022). Teaching mathematics with technology: a multidimensional analysis of teacher beliefs. *Educational Studies in Mathematics, 109*(1), 41-63.

Tohir, M. 2018. *Pembinaan Olimpiade Matematika SMP/MTs*. Jember: Matematohir Scientific Publishing.

Tohir, M., Anam, AC., Ibnu, T.. 2021. *Matematika SMA/SMK Kelas XII Kurikulum Merdeka*. Jakarta: Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemendikbud.

Tohir, M., Anam, AC., Ibnu, T.. 2021. *Buku Panduan Guru Matematika SMA/SMK Kelas XII Kurikulum Merdeka*. Jakarta: Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemendikbud.

Tohir, M., Maswar, M., Atikurrahman, M., Saiful, S., & Pradita, D. A. R. (2020). Prospective Teachers' Expectations of Students' Mathematical Thinking Processes in Solving Problems. *European Journal of Educational Research, 9*(4), 1735-1748.

Wahyudin Djumanta, Dwi Susanti .2008. Belajar Matematika Aktif dan Menyenangkan untuk SMP/MTs Kelas IX/. Jakarta: Pusat Perbukuan, Departemen Pendidikan Nasional

Biodata Penulis

Nama Lengkap : Mohammad Tohir, S.Pd., M.Pd.
Email : matematohir@ibrahimy.ac.id
Instansi : Universitas Ibrahimy
Alamat Instansi : Situbondo, Jl. KHR. Syamsul Arifin No.1-3, Sukorejo, Situbondo, Jawa Timur 68374
Bidang Keahlian : Pendidikan Matematika

Riwayat Pekerjaan/Profesi dalam 10 Tahun Terakhir

1. Dosen Tadris Matematika Universitas Ibrahimy, Situbondo (2019–sekarang)
2. Guru Matematika di MTs Raudlatul Hasanah, Pamekasan (2019–sekarang)
3. Guru Matematika di SMPN 2 Jember (2016 – 2019)
4. Guru Matematika di SMP Islam Sabilillah Malang (2005 – 2015)

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. S2: Program Studi Pascasarjana Pendidikan Matematika, Universitas Jember (2016–2017)
2. S1: Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Islam Malang (2000–2004)

Judul Buku dan Tahun Terbit (dalam 10 Tahun Terakhir)

1. Matematika SMA/SMK Kelas XII Kurikulum Merdeka (2021)
2. Buku Panduan Guru Matematika SMA/SMK Kelas XII Kurikulum Merdeka (2021)
3. Model Buku Teks Mata Pelajaran Matematika SMP/MTs Kelas VII (2019)
4. Model Buku Panduan Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII (2019)
5. Pembinaan Olimpiade Matematika SMP/MTs (2018)

6. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 dan 2 (2017)
7. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VIII (2017)
8. Buku Pembinaan Olimpiade Matematika SMP/MTs (2017)
9. Penguatan Konsep Garis dan Sudut Mata Pelajaran Matematika SMP/MTs (2017)
10. Buku Pengayaan UN Matematika SMP/MTs Kelas IX (2016)
11. Pembinaan Olimpiade Guru Matematika SMP/MTs (2016)
12. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VII Semester 1 dan 2 (2016)
13. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII (2016)
14. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VII Semester 1 dan 2 (2014)
15. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII (2014)
16. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 dan 2 (2014)
17. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VIII (2014)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (dalam 10 Tahun Terakhir)

1. Analysis of students' understanding of mathematical concepts in the Faraid calculation using modulo arithmetic theory (2022)
2. Mathematical Issues In Two-Dimensional Arithmetic For Analyze Students' Metacognition And Creative Thinking Skills (2022)
3. Analysis of Mathematical Creative Thinking Ability in Problem-Solving in Terms of Adversity Quotient (2022)
4. Building a caring community in problem based learning to improve students' mathematical connection capabilities (2021)
5. Prospective Teachers' Expectations of Students' Mathematical Thinking Processes in Solving Problems (2020)

Akun Profil

1. Scopus ID: 57204202856
   https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57204202856

Biodata Penulis

Nama Lengkap : Prof. Dr. Abdur Rahman As'ari, M.Pd, M.A
Email : abdur.rahman.fmipa@um.ac.id
Instansi : Universitas Negeri Malang
Alamat Instansi : Jl. Semarang No. 5 Malang 65145, Jawa Timur
Bidang Keahlian : Pendidikan Matematika, Konsultan Pendidikan, Pakar Teknologi Pembelajaran Matematika Indonesia, dan Pakar Pengembangan Materi Pendampingan Kurikulum 2013

Riwayat Pekerjaan/Profesi dalam 10 Tahun Terakhir

1. Dosen Matematika S1, S2, dan S3 di FMIPA Universitas Negeri Malang (1985–sekarang)
2. Anggota Tim Pengembang sekaligus Asisten Direktur I Lembaga Pendidikan Islam Sabilillah Malang (1996-sekarang)

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. S3: Program Studi Teknologi Pembelajaran, Universitas Negeri Malang (2007–2012)
2. S2: Program Studi Pascasarjana PendidikanMatematika / Early and Middle Childhood Education Specialization in Matematics Education, IKIP Malang / OhioState University USA (1984-1990 / 1994-1995)
3. S1: Program Studi Pendidikan Matematika, (1979–1983)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

1. Buku Siswa Matematika SMA/MA Kelas XII Semester 1 dan 2 (2018)

2. Buku Guru Matematika SMA/MA Kelas XII (2018)
3. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 dan 2 (2017)
4. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VIII (2017)
5. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VII Semester 1 dan 2 (2016)
6. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII (2016)
7. Variasi Konstruk dalamPembelajaran Matematika (2016)
8. Buku Siswa Matematika SMA/MA Kelas XII Semester 1 dan 2 (2015)
9. Buku Guru Matematika SMA/MA Kelas XII (2015)
10. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VII Semester 1 dan 2 (2014)
11. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII (2014)
12. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 dan 2 (2014)
13. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VIII (2014)
14. Penelitian Tindakan Kelas (2014)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun terakhir)

1. Prospective Mathematics Teachers' Critical Thinking Disposition in Designing Cognitive and Psychomotor Assessment Instruments (2022)
2. The Written Communication Ability Of Table And Chair Setting Problem Solution For Mathematics Education Students (2022)
3. Developing The M6 Learning Model to Improve Mathematic Critical Thinking Skills (2022)
4. Math Teacher Questions Can Help Students Around Coffee Plantations To Behave Critical Thinking (2022)
5. The development of instructional materials for reading literacy using the WISE approach (2021)

Biodata Penulis

Nama Lengkap	: Ahmad Choirul Anam, M.Pd.
Email	: choirulanam@ibrahimy.ac.id
Instansi	: Universitas Ibrahimy
Alamat Instansi	: Situbondo, Jl. KHR. Syamsul Arifin No.1-3, Sukorejo, Situbondo, Jawa Timur 68374
Bidang Keahlian	: Pendidikan Matematika

Riwayat Pekerjaan/Profesi dalam 10 Tahun Terakhir

1. Dosen Tadris Matematika Universitas Ibrahimy, Situbondo (2020–sekarang)
2. Guru Matematika SMA Negeri 1 Purwoharjo, Banyuwangi (2021-sekarang)

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. S2: Program Studi Pascasarjana Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Surabaya (2017 – 2019)
2. S1: Program Studi Pendidikan Matematika, UIN Sunan Ampel Surabaya (2012 – 2016)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

1. Buku Matematika SMA/SMK Kelas XII Kurikulum Merdeka Belajar (2021)
2. Buku Panduan Guru Matematika SMA/SMK Kelas XII Kurikulum Merdeka Belajar (2021)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun terakhir)

1. Pengembangan Media TaKeru Sebagai Media Pembelajaran Berbasis Literasi Matematika (2022)

2. Development of Digital Media and Ludo Eksponen to Improve Learning Outcomes of Grade IX Junior High School Students (2022)
3. Pengembangan Media TaKeru Sebagai Media Pembelajaran Berbasis Literasi Matematika (2022)
4. Abstraksi Reflektif Siswa Sekolah Menengah Pertama Pada Materi Segiempat Dan Segitiga (2021)
5. Students' mental construction in cube and cuboid concepts based on mathematical ability differences (2020)
6. Understanding the quadrilateral concept of junior high school students based on APOS theory in terms of differences in cognitive styles (2019)
7. Integrasi Etnomatematika dengan Model Pembelajaran Probing-prompting untuk Melatih Komunikasi Matematis siswa (2019)

Akun Profil

1. SINTA ID: 6811324

   https://sinta.kemdikbud.go.id/authors/profile/6811324/?view=googlescholar
2. ORCID ID: 0000-0002-8654-6893

   https://orcid.org/0000-0002-8654-6893
3. WoS ResearcherID: AAG-8833-2022

   https://www.webofscience.com/wos/author/record/2562205
4. Google Scholar ID: XCUc6LoAAAAJ

   https://scholar.google.com/citations?user=XCUc6LoAAAAJ&hl=id

Biodata Penulis

Nama Lengkap : Ibnu Taufiq, S.Pd., M.Pd.
Email : taufiqibnu13@gmail.com
Instansi : SMA Bahrul Maghfiroh Malang
Alamat Instansi : Jl. Joyo Agung Atas No. 2 Kota Malang
Bidang Keahlian : Pendidikan Matematika

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)

1. Dosen PGSD Universitas Terbuka UPBJJ Malang (2009–sekarang)
2. Guru Matematika di SMA Bahrul Maghfiroh Malang (2013–sekarang)
3. Guru Matematika di SMP Bahrul Maghfiroh Malang (2014–sekarang)
4. Guru Matematika di SMP Islam Sabilillah Malang (2003 – 2014)
5. Guru Kelas di SD Islam Sabilillah Malang (1997 – 2003)

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. S2: Program Studi Pascasarjana Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Malang (2003–2006)
2. S1: Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Malang (1991 - 1995)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

3. Buku Matematika SMA/SMK Kelas XII Kurikulum Merdeka Belajar 2021
4. Buku Panduan Guru Matematika SMA/SMK Kelas XII Kurikulum Merdeka Belajar (2021)
5. Model Buku Teks Mata Pelajaran Matematika SMP/MTs Kelas VII (2019)
6. Model Buku Panduan Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII (2019)

7. Buku Pengayaan UN Matematika SMP/MTs Kelas IX (2018)
8. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 dan 2 (2017)
9. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VIII (2017)
10. Buku Pembinaan Olimpiade Matematika SMP/MTs (2017)
11. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VII Semester 1 dan 2 (2016)
12. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII (2016)
13. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VII Semester 1 dan 2 (2014)
14. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII (2014)
15. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 dan 2 (2014)
16. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VIII (2014)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun terakhir)

Tidak ada

Biodata Penelaah

Nama Lengkap : Dr. Swasono Rahardjo, S.Pd, M.Si
Email : swasono.rahardjo.fmipa@um.ac.id
Instansi : FMIPA Universitas Negeri Malang
Alamat Instansi : Jl. Semrang No: 6 Malang 65145
Bidang Keahlian : Matematika

Pengalaman Kerja di Bidang Pengembangan Kurikulum

1. Pengajar Departemen Matematika FMIPA Universitas Negeri Malang, (1992 - sekarang)
2. Tim Pengembang Instrumen Penilaian Buku Teks Pelajaran Matematika SD/MI Kelas IV – VI di Pusat Kurikulum dan Perbukuan (2016 -2018)
3. Penilai Buku Teks Pelajaran Matematika SD/MI, SMP, dan SMA di Pusat Kurikulum dan Perbukuan (2013 – sekarang)
4. Penilai Buku Non Teks Pelajaran di Pusat Kurikulum dan Perbukuan (2012 – sekarang)
5. Tim Pengembang Instrumen Akreditasi PPG di BAN PT, (2017)
6. Asesor Akreditasi Program Studi Pendidikan Matematika dan Akreditasi Perguruan Tinggi di BAN PT, (2008 – sekarang).
7. Asesor Akreditasi Pendidikan Matematika di Lembaga Akreditasi Mandiri Kependidikan (LAMDIK), (2021 – sekarang)
8. Asesor Akreditasi Matematika/Statistika di Lembaga Akreditasi Mandiri Sain Alam dan Ilmu Formal (LAMSAMA), (2022 – sekarang)

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. S3: Institut Teknologi Bandung (2005)
2. S2: Institut Teknologi Bandung (1996)
3. S1: IKIP Malang (1990)

Judul Karya Tulis Ilmiah (10 Tahun Terakhir)

1. Penelitian: Pembuatan Sistem Informasi Dan Pusat Data Untuk Data Dukung Borang Prodi Mengacu Pada Instrumen Akreditasi Program Studi 4.0 (Iaps 4.0) (2019)
2. Penelitian: Optimalisasi Pajak Dari Penentuan Lokasi Papan Reklame Di Badan Pelayanan Pajak Daerah Kota Malang Dengan Menggunakan Spasial Durbin Model Dan Remote Sensing (2019)
3. Penelitian: Peningkatan Kompetensi Guru Smp Melalui Optimalisasi Penggunaan Metode Statistika Dengan Software Minitab Dan Spss (2019)
4. Penelitian: Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Kaidah Pencacahan Siswa Undifferentiated Schizophrenia (2020)
5. Penelitian: Estimasi Cadangan Klaim Ibnr Menggunakan Glm Pada Distribusi Lognormal (2021)
6. Penelitian : Analisis Spasiotemporal Conditional Autoregressive Model (Car) Dan Pendeteksian Hotspots Covid-19 Di Indonesia (2021)
7. Penelitian : Pengembangan Aplikasi Sistem Informasi Akreditasi Prodi (Siap) Untuk Pemenuhan Data Akreditasi Program Studi 4.0 (2021)
8. Karya Ilmiah: Analysis Of Students' Mathematical Problem Solving Ability As The Effect Of Constant Ill-Structured Problem's Employment (Conf. Series 1166 (2019) 012020 Doi:10.1088/1742-6596/1166/1/012020)
9. Karya Ilmiah: Misconception Of Triangle Concept Through Epistemological Mathematics Belief Promote Student's Analytical Thinking Skills (Conf. Series 1188 (2019) 012076 Doi:10.1088/1742-6596/1188/1/012076)

10. Karya Ilmiah: Engaging Problems On Trigonometry: Why Were Student Hard To Think Critically?)Conf. Series 1188 (2019) 012038 Doi:10.1088/1742-6596/1188/1/012038)
11. Karya Ilmiah: The Use Of Ethnomathematics At Arfak (West Papua, Indonesia): The Representation Of Lines On Rumah Kaki Seribu Construction (Conf. Series 243 (2019) 012069 Doi:10.1088/1755-1315/243/1/012069)
12. Karya Ilmiah: Metacognitive Therapy For Mathematics Disorder (Conf. Series 1157 (2019) 042079 Doi:10.1088/1742-6596/1157/4/042079)
13. Karya Ilmiah: Investigation Of Students' Metacognitive Failures In Mathematical Problem Solving Based On Metacognitive Behavior (Conf. Series 1157 (2019) 032102 Doi:10.1088/1742-6596/1157/3/032102)
14. Karya Ilmiah: How Do Students' Mathematical Epistemological Beliefs Affect Their Critical Thinking Tendencies? (International Journal Of Scientific & Technology Research Volume 9, Issue 05, May 2020)
15. Karya Ilmiah: Student Reflective Abstraction Of Impulsive And Reflective In Solving Mathematical Problem (International Journal Of Scientific & Technology Research Volume 9, Issue 02, February 2020)
16. Karya Ilmiah: Parameter Estimation Of Spatial Durbin Model (Sdm) Using Method Of Moment (Conference Proceedings 2215, 070002 (2020))
17. Karya Ilmiah: The Efficiency Of Spatial Durbin Model (Sdm) Parameters Estimation On Advertisement Tax Revenue In Malang City (Conf. Series 1821, (2021) 012012)
18. Karya Ilmiah: Designing Slow Learners' Metacognition Activities Through Communication Skills Based On Multiple Intelligence (Conference Proceedings 2330, 040006 (2021))
19. Karya Ilmiah: Identification Of Young Students' Metacognition In Mathematical Problem Solving Using The Multi-Method Interview Approach (Conference Proceedings 2330, 040012 (2021))

Biodata Penelaah

Nama Lengkap : Prof. Alhadi Bustamam, S.Si, M.Kom, Ph.D

Email : alhadi@sci.ui.ac.id

Instansi : Departemen Matematika FMIPA Universitas Indonesia

Alamat Instansi : Gedung D, Kampus UI, Depok, Jawa Barat

Bidang Keahlian : Bioinformatics, Computational Mathematics, Biomedical Informatics, Data Science, Artificial Intelligence and Advanced Computing

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)

1. Guru Besar Tetap Ilmu Matematika Departemen Matematika FMIPA UI (2022–sekarang)
2. Ketua Departemen Matematika – FMIPA Universitas Indonesia (2022–sekarang)
3. Ketua Program Studi S2 Matematika – FMIPA Universitas Indonesia (2018-2022)
4. Kepala Data Science Center (DSC), Lembaga Sains Terapan – FMIPA Universitas Indonesia (2018-sekarang)
5. Ketua Departemen Matematika – FMIPA Universitas Indonesia (2014-2018)
6. Kepala Bioinformatics and Advanced Computing Laboratory, Departemen Matematika – FMIPA Universitas Indonesia (2012-sekarang)
7. Koordinator IT dan Komunikasi – FMIPA Universitas Indonesia (2011-2014)

8. Koordinator IT dan Komunikasi – FMIPA Universitas Indonesia (2004-2005)
9. Kepala Laboratorium Komputer, Departemen Matematika – FMIPA Universitas Indonesia (2003-2004)
10. Dosen dan Peneliti – FMIPA Universitas Indonesia (1997-sekarang)

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. S3: Advanced Computing in Bioinformatics form School of Mathematics and Institute for Molecular Bioscience, The University of Queensland (UQ), Australia (2011)
2. S2: Ilmu Komputer, Fasilkom Universitas Indonesia, Indonesia (2002)
3. S1: Matematika, FMIPA Universitas Indonesia, Indonesia (1996)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (2 Tahun Terakhir)

Jurnal Internasional (Bereputasi)

1. Bustamam, A., Yanuar, A., Anki, P., Ulfa, A., "Evaluation quantitative structure-activity relationship (QSAR) using ensemble learning methods on acetylcholinesterase inhibitors for Alzheimer's disease", Commun. Math. Biol. Neurosci., Vol. 2022, Article ID 73, 2022.
2. Bustamam, A., Sunggawa, M. I., Siswantining, T., "Performance of multivariate mutual information and autocorrelation encoding methods for the prediction of protein-protein interactions", IAES International Journal of Artificial Intelligence (IJ-AI), Vol. 11, No.2, 2022, p. 773-786.
3. Siswantining, T., Bustamam, A., Sarwinda, D., Soemartojo, S. M., Latief, M. A., Octaria, E. A., Siregar, A. T. M., Septa, O., Al-Ash, H. S., Saputra, N., "Triclustering method for finding biomarkers in human immunodeficiency virus-1 gene expression data", Mathematical Biosciences and Engineering, Vol. 19 (7), 2022, p. 6743-6763.
4. Paradisa, R. H., Bustamam, A., Mangunwardoyo, W., Victor, A. A., Yudhanta, A. R., Anki, P., "Deep Feature Vectors Concatenation for

Eye Disease Detection Using Fundus Image", Electronics (MDPI), Vol. 11 (1), 2021, p.23.

5. Hermansyah, O., Bustamam, A., Yanuar, A., "Virtual screening of dipeptidyl peptidase-4 inhibitors using quantitative structure–activity relationship-based artificial intelligence and molecular docking of hit compounds", Computational Biology and Chemistry, Vol. 95, 2021, p. 107597.
6. Bustamam, A., Hamzah, H., Husna, N. A., Syarofina, S., Dwimantara, N., Yanuar, A., Sarwinda, D., "Artificial intelligence paradigm for ligand-based virtual screening on the drug discovery of type 2 diabetes mellitus", Journal of Big Data, Vol. 8, 2021, p.1-21.
7. Salma, A., Bustamam, A., Yudantha, A. R., Victor, A. A., Mangunwardoyo, W., "Artificial Intelligence Approach in Multiclass Diabetic Retinopathy Detection Using Convolutional Neural Network and Attention Mechanism", International Journal of Advances in Soft Computing & Its Applications, Vol. 13, No. 3, 2021.
8. Anki, P., Bustamam, A., Buyung, R. A., "Looking for the link between the causes of the COVID-19 disease using the multi-model application", Commun. Math. Biol. Neurosci., Vol. 2021, Article ID 75, 2021.
9. Salma, A., Bustamam, A., Yudantha, A. R., Victor, A. A., Mangunwardoyo, W., "Diabetic Retinopathy Detection and Classification Using GoogleNet and Attention Mechanism Through Fundus Images", Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT), Vol. 12, No. 14, 2021, p.590-597.
10. Siswantining, T., Bustamam, A., Swasti, O., Al-Ash, H. S., "Analysis and prediction of protein interactions between HIV-1 protein and human protein using LCM-MBC algorithm combined with association rule mining", Commun. Math. Biol. Neurosci., Vol. 2021, Article ID 64, 2021.
11. Amalia, R., Bustamam, A., Yudantha, A. R., Victor, A. A., "Diabetic retinopathy detection and captioning based on lesion features

using deep learning approach", Commun. Math. Biol. Neurosci., Vol. 2021, Article ID 59, 2021.

12. Anki, P., Bustamam, A., "Measuring the accuracy of LSTM and BiLSTM models in the application of artificial intelligence by applying chatbot programme", Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science, Vol. 23, No. 1, 2021, p. 197-205.
13. Banjarnahor, E., Bustamam, A., Siswantining, T., Mangunwardoyo, W., "K-Means Clustering and Analyze of SARS-CoV 2 DNA based on Multiple Encoding Vector and K-Mer Method", Annals of the Romanian Society for Cell Biology, Vol. 25, No. 4, 2021, p.18647-18658.
14. Bustamam, A., Rustam, Z., Selly, A. A. K., Wibawa, N. A., Sarwinda, D., Husna, N. A., "Lung cancer classification based on support vector machine-recursive feature elimination and artificial bee colony", Annals of Mathematical Modeling, Vol. 13, No. 1, 2021, p.40-52.
15. Bustamam, A., Sarwinda, D., Paradisa, R. H., Victor, A. A., Yudantha, A. R., Siswantining, T., "Evaluation of convolutional neural network variants for diagnosis of diabetic retinopathy", Commun. Math. Biol. Neurosci., Vol. 2021, Article ID 42, 2021.
16. Bustamam, A., Formalidin, S., Siswantining, T., Rustam, Z., "Finding correlated biclusters from microarray data using the modified lift algorithm based on new residue score", International Journal of Data Mining and Bioinformatics (IJDMB), Vol. 24, No. 4, 2021, p.326-343.
17. Silitonga, P., Bustamam, A., Muradi, H., Mangunwardoyo, W., Dewi, B. E., "Comparison of Dengue Predictive Models Developed using Artificial Neural Network and Discriminant Analysis with Small Dataset", Applied Sciences, Vol. 11, No. 3, 2021, p.943.
18. Siswantining, T., Bustamam, A., Puspa, S. D., Rustam, Z., Zubedi, F., "Biclustering of diabetic nephropathy and diabetic retinopathy microarray data using a similarity-based biclustering algorithm", International Journal of Bioinformatics Research and Applications, Vol. 17, No. 4, 2021, p.343-362.

19. Hermansyah, O., Bustamam, A., Yanuar, A., "Virtual Screening of DPP-4 Inhibitors Using QSAR-Based Artificial Intelligence and Molecular Docking of Hit Compounds to DPP-8 and DPP-9 Enzymes", Research Square, DOI: https://doi.org/10.21203/rs.2.22282/v2 , 2020.
20. Bustamam, A., Siswantining, T., Kaloka, T. P., Swasti, O., "Application of BIMAX, POLS, and LCM-MBC to find bicluster on interactions protein between HIV-1 and human", Austrian Journal of Statistics, Vol. 49, No. 3, 2020, p.1-18.
21. Kaloka, T. P., Bustamam, A., Sarwinda, D., Abdillah, B., "Detecting Lesion Characteristics of Diabetic Retinopathy Using Machine Learning and Computer Vision", International Journal on Advanced Science, Engineering, and Information Technology (IJASEIT), Vol. 10, No. 4, 2020, p.1367-1373.

Prosiding Internasional (Terindeks)

1. Rahman, A., Bustamam, A., "Deep learning with concatenate model to detect COVID-19 lung disease with CT scan images", AIP Conference Proceedings, 2391 (1), 020002, 2022.

2. Triyadi, A. B., Bustamam, A., Anki, P., "Deep Learning in Image Classification using VGG-19 and Residual Networks for Cataract Detection", IEEE, 293-297, 2022, (2nd International Conference on Information Technology and Education (ICIT&E)).

3. Prawira, R., Bustamam, A., Anki, P., "Multi Label Classification of Retinal Disease on Fundus Images using AlexNet and VGG16 Architectures", IEEE, 464-468, 2021, (4th International Seminar on Research of Information Technology and Intelligent Systems (ISRITI)).

4. Lumbantoruan, A. A., Bustamam, A., Anki, P., "Retinal Disease for Clasification Multilabel with Applying Convolutional Neural Networks Based Support Vector Machine and DenseNet", IEEE, 475-479, 2021, (4th International Seminar on Research of Information Technology and Intelligent Systems (ISRITI)).

5. Himami, Z. R., Bustamam, A., Anki, P., “Deep Learning in Image Classification using Dense Networks and Residual Networks for Pathologic Myopia Detection”, IEEE, 1-6, 2021, (International Conference on Artificial Intelligence and Big Data Analytics (ICAIBDA).

6. Paradisa, R. H., Bustamam, A., Victor, A. A., Yudantha, A. R., Sarwinda, D., “Diabetic Retinopathy Detection using Deep Convolutional Neural Network with Visualization of Guided Grad-CA”, IEEE, 19-24, 2021, (4th International Conference of Computer and Informatics Engineering (IC2IE)).

7. Hastuti, E. T., Bustamam, A., Anki, P., Amalia, R., Salma, A., “Performance of True Transfer Learning using CNN DenseNet121 for COVID-19 Detection from Chest X-Ray Images”, IEEE, 1-5, 2021, (International Conference on Health, Instrumentation & Measurement, and Natural Sciences (InHeNce)).

8. Bustamam, A., Yanuar, A., Mangunwardoyo, W., Anki, P., Amalia, R., “Comparison accuracy of multi-layer perceptron and DNN in QSAR classification for acetylcholinesterase inhibitors”, IEEE, 1-6, 2021, (International Conference on Artificial Intelligence and Mechatronics Systems (AIMS)).

9. Ulfa, A., Bustamam, A., Yanuar, A., Amalia, R., Anki, P., “Model QSAR Classification Using Conv1D-LSTM of Dipeptidyl Peptidase-4 Inhibitors”, IEEE, 1-6, 2021, (International Conference on Artificial Intelligence and Mechatronics Systems (AIMS)).

10. Bustamam, A., Yanuar, A., Mangunwardoyo, W., “One-Dimensional Convolutional Neural Network Method as The Predicting Model for Interactions Between Drug and Protein on Heterogeneous Network”, IEEE, 1-6, 2021, (International Conference on Artificial Intelligence and Mechatronics Systems (AIMS)).

11. Banjarnahor, E., Bustamam, A., Mangunwardoyo, W., Sarwinda, D., “Implementation of Hierarchical Clustering Method in

Analyzing Genetic Relationship on DNA SARS-CoV-2 Sequences", IOP Publishing, 012074, 2021, (Journal of Physics: Conference Series).

12. Anki, P., Bustamam, A., Al-Ash, H. S., Sarwinda, D., "Intelligent Chatbot Adapted from Question-and-Answer System Using RNN-LSTM Model", IOP Publishing, 012001, 2021, (Journal of Physics: Conference Series).

13. Salma, A., Bustamam, A., Sarwinda, D., "Diabetic Retinopathy Detection Using GoogleNet Architecture of Convolutional Neural Network Through Fundus Images", Nusantara Science and Technology Proceedings, 1-6, 2021, (Bioinformatics and Biodiversity Conferences (BBC)).

14. Mangunwardoyo, W., Bustamam, A., Anki, P., Yanuar, A., Amalia, R., "Comparison Accuracy of Multi-Layer Perceptron and DNN in QSAR Classification for Acetylcholinesterase Inhibitors", IEEE, 2021, (International Conference on Artificial Intelligence and Mechatronics Systems (AIMS).

15. Husna, N. A., Bustamam, A., Yanuar, A., Sarwinda, D., "The Drug Design for Diabetes Mellitus Type II using Rotation Forest Ensemble Classifier", Elsevier, Procedia Computer Science, 161-168, 2021.

16. Sarwinda, D., Paradisa, R. H., Bustamam, A., Anggia, P., "Deep learning in image classification using residual network (ResNet) variants for detection of colorectal cancer", Elsevier, Procedia Computer Science, 423-431, 2021.

17. Syarofina, S., Bustamam, A., Yanuar, A., Sarwinda, Al-Ash, H. S., Hayat, A., "The distance function approach on the MiniBatchKMeans algorithm for the DPP-4 inhibitors on the discovery of type 2 diabetes drugs", Elsevier, Procedia Computer Science, 127-134, 2021.

18. Silitonga, P., Dewi, B. E., Bustamam, A., Al-Ash, H. S., "Evaluation of Dengue Model Performances Developed Using Artificial Neural Network and Random Forest Classifiers", Elsevier, Procedia Computer Science, 135-143, 2021.

19. Holilah, D., Bustamam, A., Sarwinda, D., "Detection of Alzheimer's disease with segmentation approach using K-Means Clustering and Watershed Method of MRI image", IOP Publishing, Journal of Physics: Conference Series, 2021.

20. Amalia, R., Bustamam, A., Sarwinda, D., "Detection and description generation of diabetic retinopathy using convolutional neural network and long short-term memory", IOP Publishing, Journal of Physics: Conference Series, 2021.

21. Rizki, A., Bustamam, A., Sarwinda, D., "Applications of cuckoo search and ant lion optimization for analyzing protein-protein interaction through regularized Markov clustering on coronavirus", IOP Publishing, Journal of Physics: Conference Series, 2021.

22. Pratiwi, S. A., Bustamam, A., Sarwinda, D., "Application of soft regularized markov clustering for analyzing protein-protein interaction in sars-cov-2 and other related coronavirus", IOP Publishing, Journal of Physics: Conference Series, 2021.

23. Afriyani, R., Bustamam, A., Sarwinda, D., "Analyzing protein-protein interactions of coronavirus using markov clustering with cuckoo search and ant lion optimization", IOP Publishing, Journal of Physics: Conference Series, 012009, 2021.

24. Hilmizen, N., Bustamam, A., Sarwinda, D., "The multimodal deep learning for diagnosing COVID-19 pneumonia from chest CT-scan and X-ray images", IEEE, 26-31, 2020, (3rd International Seminar on Research of Information Technology and Intelligent Systems (ISRITI)).

25. Berliana, A. U., Bustamam, A., “Implementation of stacking ensemble learning for classification of COVID-19 using image dataset CT scan and lung X-Ray”, IEEE, 148-152, 2020, (3rd International Conference on Information and Communications Technology (ICOIACT)).

26. Rohmah, L. N., Bustamam, A., “Improved classification of coronavirus disease (covid-19) based on combination of texture features using ct scan and x-ray images”, IEEE, 105-109, 2020, (3rd International Conference on Information and Communications Technology (ICOIACT)).

27. Paradisa, R. H., Sarwinda, D., Bustamam, A., Argyadiva, T, “Classification of Diabetic Retinopathy through Deep Feature Extraction and Classic Machine Learning Approach”, IEEE, 377-381, 2020, (3rd International Conference on Information and Communications Technology (ICOIACT)).

28. Anki, P., Bustamam, A., Al-Ash, H. S., Sarwinda, D., “High Accuracy Conversational AI Chatbot Using Deep Recurrent Neural Networks Based on BiLSTM Model”, IEEE, 382-387, 2020, (3rd International Conference on Information and Communications Technology (ICOIACT)).

29. Siswantining, T., Sarwinda, D., Bustamam, A., “RFE and Chi-Square Based Feature Selection Approach for Detection of Diabetic Retinopathy”, Atlantis Press, 380-386, 2020, (International Joint Conference on Science and Engineering (IJCSE 2020)).

30. Sudarsono, E., Bustamam, A., Tampubolon, P. P., “An optimized convolutional neural network using diffgrad for cataract image classification”, AIP Publishing LLC, AIP Conference Proceedings, 020090, 2020.

Biodata Editor

Nama Lengkap : Drajat, S.Pd., M.M.
Email : saunggeulis2020@gmail.com
Instansi : SMP Negeri 1 Cangkuang, Kab. Bandung
Alamat Instansi : Jl. Tenjolaya, Desa Ciluncat, Kec. Cangkuang
Bidang Keahlian : Matematika, Fisika, Informatika

Riwayat Pekerjaan (10 Tahun Terakhir)

1. Guru SMP Negeri 1 Cangkuang
2. Konsultan Karya Tulis Ilmiah
3. Pemimpin Redaksi Majalah Hibar

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. S2: Manajemen Pendidikan , STIE Ganesha Jakarta (1996)
2. S1: Pendidikan Fisika, IKIP / UPI Bandung (1990)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

1. Salam 3 Jari Leadership ala Jokowi (2015)

Judul Buku yang Pernah Disunting/Diedit (10 Tahun Terakhir)

1. Matematika Bikin Ketawa, Dar Mizan
2. Cara Praktis Jago Matematika untuk SMP & SMA, Dar Mizan
3. Korek Api Ajaib dan Tabungan ke Surga, Dar Mizan
4. Pengantar Metodologi Pembelajaran, Bintang Cerdas
5. Sungai di mana Air Mengalir , Pendidikan Dasar dan Menengah Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
6. Cara Mudah Membuat PTK, Insan Cendekia Mandiri, 2020
7. Darurat Literasi, Insan Cendekia Mandiri 2021

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 tahun terakhir):

1. Menumbuhkembangkan Minat Siswa Belajar Matematika dengan Menggunakan Metode Quantum Teaching (2017).
2. Menumbuhkan Minat Belajar Matematika dengan Metode Cerdas (Cerita dan Aplikasi) (2019)
3. Menumbuhkembangkan Minat Siswa Belajar Matematika di Masa Pandemi dengan Memanfaatkan Media Sosial WhatsApp Materi Kesebangunan di Kelas IX A SMP N 1 Cangkuang Kab. Bandung

Biodata Ilustrator

Nama Lengkap : Lutfi Bahtiar, SE
Email : pensilapusan@gmail.com
Akun Instagram : lupoijo
Alamat : Kalibata, Jakarta
Bidang Keahlian : Ilustrasi

Riwayat Pekerjaan/Profesi dalam 10 Tahun Terakhir

1. Senior Associate Illustrator, SHOPEE Indonesia (2021-2022)
2. Lead Illustrator, Letter B Post for Zenius Education Projects (2020)
3. Creative Illustrator, BUKALAPAK (2018-2019)
4. Visualizer HOGARTH & OGILVY (2015-2018)
5. Visualizer YOUNG & RUBICAM (2013-2015)
6. Freelance Visualizer and Illustrator (2001-now)

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

1. S1: Manajemen Perbankan, STIE Perbanas (1995-2001)

Judul Buku dan Tahun Terbit (3 Tahun terakhir)

1. Pusmenjar (2020), Modul Belajar Literasi dan Numerasi Jenjang SD Program Pembelajaran Jarak Jauh: Modul Belajar Siswa Kelas 4 Tema 1-9 Subtema 2, Modul, Kemdikbud, Jakarta.
2. Pusmenjar (2020), Modul Belajar Literasi dan Numerasi Jenjang SD Program Pembelajaran Jarak Jauh: Modul Pendamping Bagi Guru Kelas 4 Tema 1-9 Subtema 2, Modul, Kemdikbud, Jakarta.
3. Pusmenjar (2020), Modul Belajar Literasi dan Numerasi Jenjang SD Program Pembelajaran Jarak Jauh: Modul Pendamping Bagi Orang Tua Kelas 4 Tema 1-9 Subtema 2, Modul, Kemdikbud, Jakarta.

Biodata Desainer

Nama Lengkap : Joko Setiyono, S.ST.
Email : creative.kawa@gmail.com
Akun Instagram : kawa_crtve
Alamat : Ngaglik, Sleman, Yogyakarta
Bidang Keahlian : Desain Grafis

Riwayat Pekerjaan/Profesi dalam 10 Tahun Terakhir

1. Creative Director di KAWAcrtve Yogyakarta (2019-sekarang)
2. Desainer dan Ilustrator Modul Belajar Literasi dan Numerasi Jenjang SD Program Pembelajaran Jarak Jauh (2020-2021)
3. Desainer Grafis lepas di CASIO Education Indonesia (2020-sekarang)
4. Staf Learning Media Development pada SEAMEO Regional Centre for QITEP in Mathematics (2012-2019)

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. D4: Institut Teknologi Bandung (2010-2011)
2. D3: Program alih jenjang - Politeknik Kesenian Yogyakarta (2008-2010)

Judul Buku dan Tahun Terbit (3 Tahun terakhir)

1. Departemen Ilmu Gizi FK UI (2022), Modul Edukasi Gema Si Rempah, Jakarta.
2. Departemen Ilmu Gizi FK UI (2022), Modul Resep Gema Si Rempah, Jakarta.
3. SEAMEO RECFON (2022), Practical Guidelines: Healty School Canteen Development, Kemendikbud, Jakarta
4. SEAMEO RECFON (2021), School Garden-Based Nutrition Education, Kemendikbud, Jakarta
5. IPB University (2021), Modul Edukasi Gizi di Pesantern, Bogor

6. Pusmenjar (2020), Modul Belajar Literasi dan Numerasi Jenjang SD Program Pembelajaran Jarak Jauh: Modul Belajar Siswa Kelas 5 Tema 1-9 Subtema 2, Modul, Kemdikbud, Jakarta.
7. Pusmenjar (2020), Modul Belajar Literasi dan Numerasi Jenjang SD Program Pembelajaran Jarak Jauh: Modul Pendamping Bagi Guru Kelas 5 Tema 1-9 Subtema 2, Modul, Kemdikbud, Jakarta.
8. Pusmenjar (2020), Modul Belajar Literasi dan Numerasi Jenjang SD Program Pembelajaran Jarak Jauh: Modul Pendamping Bagi Orang Tua Kelas 5 Tema 1-9 Subtema 2, Modul, Kemdikbud, Jakarta.